

2022年“课堂革命”典型案例

# 《高等数学》 教学设计方案

课程名称：高等数学

课程负责人：刘君

# 目录

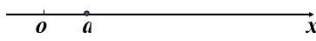
|                                        |            |
|----------------------------------------|------------|
| <b>一、基础模块 .....</b>                    | <b>3</b>   |
| 教学方案 1：预备知识 .....                      | 3          |
| 教学方案 2：初等函数 .....                      | 8          |
| 教学方案 3：函数的极限 .....                     | 13         |
| 教学方案 4：极限运算法则 .....                    | 18         |
| 教学方案 5：两个重要极限 .....                    | 23         |
| 教学方案 6：函数的连续性及其工程应用 .....              | 27         |
| 教学方案 7：极限模块小结 .....                    | 32         |
| 教学方案 8：导数的概念与运算法则 .....                | 36         |
| 教学方案 9：导数的四则运算法则 .....                 | 40         |
| 教学方案 10：复合函数的求导法则 .....                | 44         |
| 教学方案 11：特殊函数的求导法则 .....                | 48         |
| 教学方案 12：函数的微分及其应用 .....                | 52         |
| 教学方案 13：中值定理与洛必达法则 .....               | 56         |
| 教学方案 14：函数的单调性与凹凸性 .....               | 60         |
| 教学方案 15：函数的最值及其应用 .....                | 65         |
| 教学方案 16：不定积分的概念与性质 .....               | 70         |
| 教学方案 17：不定积分的换元积分法（第一换元法） .....        | 75         |
| 教学方案 18：不定积分的换元积分法（第二类换元法与分部积分法） ..... | 79         |
| 教学方案 19：不定积分的应用与小结 .....               | 84         |
| 教学方案 20：定积分的概念与性质 .....                | 88         |
| 教学方案 21：牛顿-莱布尼茨公式 .....                | 99         |
| 教学方案 22：定积分的换元法与分部积分法 .....            | 109        |
| 教学方案 23：定积分的应用-平面图形的面积 .....           | 121        |
| 教学方案 24：定积分的应用-旋转体的体积 .....            | 133        |
| 教学方案 25：定积分的应用-物理中的应用 .....            | 143        |
| 教学方案 26：定积分的其他应用与小结 .....              | 154        |
| <b>二、拓展模块（根据专业 3 选 2） .....</b>        | <b>158</b> |
| 教学方案 27：线性代数模块-行列式 .....               | 158        |
| 教学方案 28：线性代数模块-矩阵 .....                | 162        |
| 教学方案 29：线性代数模块-向量组的线性相关性 .....         | 166        |
| 教学方案 30：概率统计模块-随机事件与古典概率 .....         | 171        |
| 教学方案 31：概率统计模块-随机变量及其分布函数 .....        | 176        |
| 教学方案 32：概率统计模块-数学期望与方差 .....           | 181        |
| 教学方案 33：微分方程模块-微分方程的基本概念 .....         | 186        |
| 教学方案 34：微分方程模块-一阶微分方程 .....            | 191        |
| 教学方案 35：微分方程模块-可降阶的高阶微分方程 .....        | 196        |

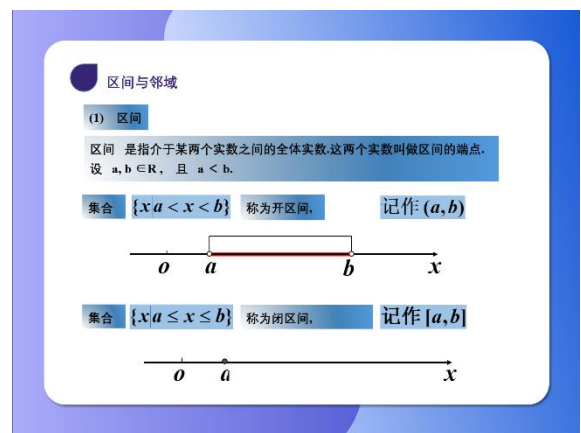
# 一、基础模块

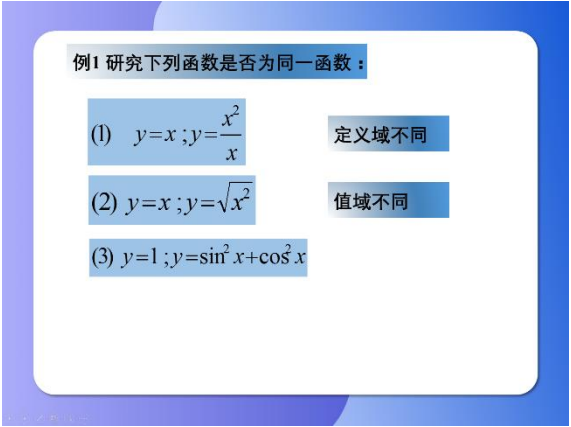
## 教学方案 1：预备知识

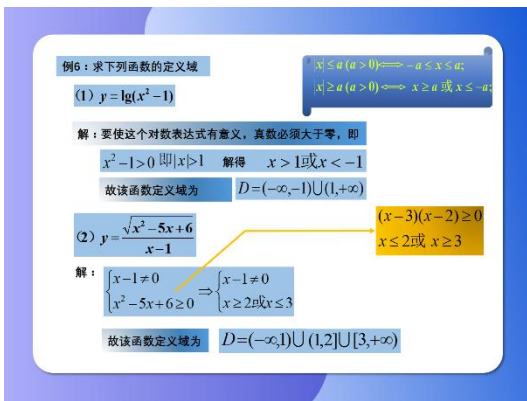
| 教学方案 1：预备知识 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|-------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称        |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业        |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称        |      | 项目一任务一：§ 预备知识+初等函数（难点：求定义域）                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材        |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容        |      | 本次课内容为初等数学与高等数学的知识衔接，主要有集合、区间、函数的定义域等。                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 学情分析        | 知识背景 | 1. 已经掌握集合、区间、函数定义等初等数学中的部分基础知识<br>2. 对一元函数的有一定的认识                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|             | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|             | 学习特点 | 1. 抽象与逻辑推理能力有限<br>2. 对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
| 教学目标        | 知识目标 | 1. 理解函数的概念与基本要素；<br>2. 理解函数对应法则；<br>3. 理解函数的定义域的具体要求                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|             | 能力目标 | 1. 能熟练确定函数的概念、变量关系<br>2. 能够了解并确定函数定义域与对应法则<br>3. 能熟练判断两个函数是不是同一个函数                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|             | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到新学知识的迁移能力<br>2. 观察、分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|             | 思政目标 | 1. 大漠孤烟直，长河落日圆，文化熏陶；<br>2. 以数学家精神使学生发现数学的美                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学重点        |      | 1. 求解函数的定义；<br>2. 基本初等函数的概念、图象和性质                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学难点        |      | 1. 分段函数的表达；<br>2. 不同函数之间的区别                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学资源        |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式             | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 复习导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 10 |
| 教学内容             | <div>直线与平面（思政元素融入）<br/>引入 大漠孤烟直，长河落日圆(图片欣赏)<br/>任务1 复习预备知识<br/>任务2 集合与区间的用法<br/>任务3 邻域的概念<br/>阅读课本内容,复习区间、集合、函数的三要素.<br/>练习1 用区间表示下列各邻域<br/><math>U(1,0.1);U(-3,0.002)</math><br/>练习2 用区间表示下面不等式的解集，并在数轴上表示出来：<br/><math>0 &lt;  2x+1  &lt; 2</math><br/>练习3 开区间 <math>(1,3)</math> 可以看作是（      ）<br/>A. 点3 的邻域    B. 点2 的1 邻域    C. 1 的邻域    D. 以 2 为中心,1.5 为半径的邻域</div> <div><div>区间与邻域</div><div>(1) 区间</div><div>区间 是指介于某两个实数之间的全体实数.这两个实数叫做区间的端点. 设 <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, 且 <math>a &lt; b</math>.</div><div>集合 <math>\{x a &lt; x &lt; b\}</math> 称为开区间. 记作 <math>(a, b)</math></div><div></div><div>集合 <math>\{x a \leq x \leq b\}</math> 称为闭区间. 记作 <math>[a, b]</math></div><div></div></div> |    |    |
| 教师活动             | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动             | 结合教师提出的问题，参阅教材内容讨论探究，认真听讲，积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用             | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 设计意图             | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教学环节 2           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 探索               | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 20 |



|        |                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| (解决问题) |                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学内容   | 任务4 如何求解函数的定义域<br>求解函数的定义域,注意特殊情况下函数定义域的求解方法.<br>案例1 自由落体问题 设物体下落的时间为 $t$ ,下落的距离为 $s$ ,假定开始下落的时刻为 $t=0$ ,落地时间为 $t=T$ ,那么 $s$ 与 $t$ 之间的依赖关系由公式.<br>案例2 求函数 $y = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 的定义域。                                                                 |    |    |
| 教师活动   | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成函数概念的再认识,分析原理,总结出一元函数的概念及三要素的重要性.                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动   | 认真听讲,积极思考,并通过对已有知识点进行知识迁移,理解函数的概念与性质                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图   | 通过教师引导思考,原理讲解,感知一元函数的三要素的重要性,精讲重点内容,这是学生正确理解函数极限、连续、导数等概念的基础.                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节3  |                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 精讲     | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                    | 时长 | 20 |
| (攻克难点) |                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学内容   | 任务5 如何判断两个函数是同一个函数<br>通过例题讲解,使学生理解函数的三要素,结合函数的表达式,分析、巩固函数的定义域与函数值的求解方法.<br>案例3 研究下列函数是否为同一函数:<br>(1) $y = x; y = \frac{x^2}{x}$ ; (2) $y = x; y = \sqrt{x^2}$ ;<br>(3) $y = 1; y = \sin^2 x + \cos^2 x$<br>案例4 求函数 $y = \sqrt{(x-a)(b-x)}$<br>$(b < a)$ 的定义域 |    |    |
|        |                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教师活动   | 教师分类演示讲解函数定义域的计算方法,利用解不等式组的方法演示求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动   | 认真听讲,积极思考,并通过对初等数学中的函数知识点进行知识迁移,理解高等数学课程中函数相关概念与性质                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图   | 引导学生知识迁移,通过案例演示在计算复合函数等较复杂函数的函数值、定义域等,抽象、归纳总结与简单函数的区别和注意事项.                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 教学环节4  |                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 巩固     | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                    |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| (融入建模) |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                    |
| 教学内容   | <p>引入建模思想,通过实际案例与函数之间的关系,说明函数来源于实际问题。最后通过练习,进一步巩固本节重要知识点</p> <p>案例5 求下列函数的定义域:</p> <p>1. <math>y = \lg(x^2 - 1)</math>;</p> <p>2. <math>y = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 1}</math>;</p> <p>3. <math>y = \arcsin\left(\frac{x - 1}{3}\right)</math>;</p> <p>4. <math>y = \sqrt{16 - x^2} + \lg \sin x</math></p> |  |
| 教师活动   | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                    |
| 学生活动   | 做相关练习,掌握其方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                    |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                    |
| 设计意图   | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                    |
| 教学环节 5 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                    |
| 评价-总结  | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长 10                                                                              |
| 教师活动   | <p>1. 归纳总结</p> <p>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p>2. 评价(课后完成)</p> <p>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 布置课后作业与进阶任务</p> <p>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:</p>                                                                                                                                  |                                                                                    |
| 学生活动   | <p>1. 聆听,完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务(可选项)</p>                                                                                                                                                                                         |                                                                                    |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                    |
| 设计意图   | <p>1. 课堂评价</p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p>2. 进阶任务</p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务,巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p>3. 拓展提高</p>                                                                                                                                                                                    |                                                                                    |



完成课后作业与在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供课后个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。

#### 四、教学反思

##### 教学效果

教学过程渗透“通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的建模思维,通过课堂探究、练习巩固等环节,各项能力得到有效提升。

##### 教学特色

针对高职学生生源多样化,数学基础差异大的现状,教学中实行分层差异化教学。

##### 反思与诊改

教学过程中,教师应注重学生探索、发现、归纳总结等能力的培养。

## 教学方案 2：初等函数

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目二任务一：§ 初等函数                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目二任务 1，主要学习 6 大类基本初等函数及其复合函数等内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 1. 已经掌握函数的概念等基础知识；2. 已经掌握函数定义域的求解方法                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的逻辑思维能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 学习特点 | 1. 抽象与总结能力有限；<br>2. 对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解基本初等函数的概念、图象及性质；<br>2. 理解和掌握基本函数的概念和简单性质；<br>3. 了解初等函数的基本定义；<br>4. 了解复合函数的概念,掌握复合函数的分解                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 会确定实际问题中的函数关系<br>2. 会求反函数<br>3. 会求复合函数的定义域和函数值<br>4. 能进行复合函数的分解                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力<br>2. 观察、分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 思政目标 | 1. 培养学生踏实勤奋、不畏困难的精神<br>2. 以不同类型函数的为基础，培养分类思想                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 求解函数的定义；<br>2. 基本初等函数的概念、图象和性质                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 分段函数的表达；<br>2. 不同函数之间的区别                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略



|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式             | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 复习导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 时长 | 10 |
| 教学内容             | <div>任务 1 函数四个性质复习与巩固</div> <div>案例 1 <math>x \in (-\infty, +\infty)</math> 时，函数 <math>y = \frac{1}{x}</math> 是否有界？</div> <div><math>x \in [1, 2]</math> 时，函数 <math>y = \frac{1}{x}</math> 是否有界？</div> <div>案例 2 判断下列函数的奇偶性</div> <div>(1) <math>f(x) = x^3 \cos x</math>； (2)</div> <div><math>f(x) = x^4 \sin x</math>； (3) <math>f(x) = x(1-x)</math></div> <div></div> |    |    |
| 教师活动             | 与学生互动,利用启发式教学方法,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 学生活动             | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 资源使用             | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图             | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 2           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 探索<br><br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |

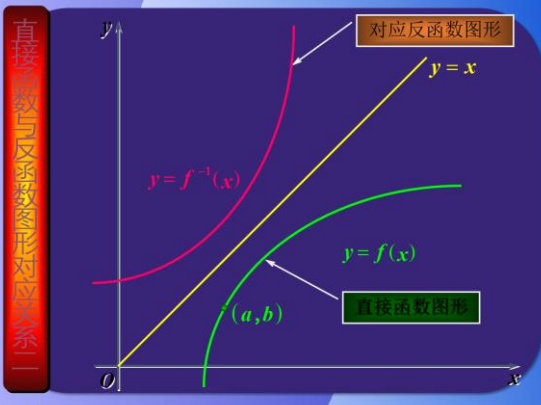
例 判断下列函数的奇偶性

(1)  $f(x) = x^3 \cos x$ ; (2)  $f(x) = x^4 \sin x$ ; (3)  $f(x) = x(1-x)$

解 (1)  $\because$  函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ , 是关于原点的对称区间,  
 $f(-x) = (-x)^3 \cos(-x) = -x^3 \cos x = -f(x)$   
 $\therefore f(x) = x^3 \cos x$  为奇函数.  
 另解:  $f(x) = x^3 \cos x = \text{奇} \cdot \text{偶} = \text{奇} \therefore f(x) = x^3 \cos x$  为奇函数.

解 (2)  $\because$  函数  $f(x)$  的定义域关于原点的对称,  
 $f(-x) = (-x)^4 \sin(-x) = x^4 \sin x = f(x)$   
 $\therefore f(x) = x^4 \sin x$  为奇函数.  
 另解:  $f(x) = x^4 \sin x = \text{偶} \cdot \text{奇} = \text{奇} \therefore f(x) = x^4 \sin x$  为奇函数.

解 (3)  $\because$  函数  $f(x)$  的定义域关于原点的对称,  
 但  $f(-x) = -x(1+x)$ ,  $f(x) = x(1-x) = -x(x-1)$   
 $\therefore f(x)$  为非奇非偶函数.

|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                    |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>教学内容</p>                          | <p><b>任务2</b> 反函数的定义与求解方法<br/>         提问1: 什么是反函数,反函数与原函数二者之间的关系如何呢?<br/>         提问2: 任意两个函数是否都能合成一个函数; 如何分解一个复合函数.<br/>         案例3 求复合函数 <math>y = \ln \cos x</math> 的定义域</p>                                                                                                                                    |  |
| <p>教师活动</p>                          | <p>教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成复合函数概念的再认识,分析原理,总结出复合函数、反函数的基本概念与相关性质.</p>                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                    |
| <p>学生活动</p>                          | <p>认真听讲,积极思考,并通过对导数知识进行知识迁移,理解相关内容</p>                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                    |
| <p>资源使用</p>                          | <p>教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                    |
| <p>设计意图</p>                          | <p>通过教师引导思考,原理讲解,感知复合函数的概念与求解方法,精讲重点内容,这是学生正确理解微分与利用其进行近似计算的基础.</p>                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                    |
| <p>教学环节3</p> <p>精讲</p> <p>(攻克难点)</p> | <p>精讲难点+练习巩固</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>时长 20</p>                                                                       |
| <p>教学内容</p>                          | <p><b>任务3</b> 了解复合函数的基本定义,会对复合函数进行分解<br/>         提问: 任意两个函数是否都能合成一个函数? 如何分解一个复合函数?<br/> <b>任务4</b> 学习基本初等函数及其性质<br/>         案例4 已知 <math>y = f(x)</math> 的定义域为 <math>(0,4]</math>, 求 <math>f(x+a)(a&gt;0)</math> 的定义域。<br/>         案例5 已知 <math>f(e^x+1) = e^{2x} + e^x + 1</math>, 求 <math>f(x)</math> 的表达式。</p> |                                                                                    |
| <p>教师活动</p>                          | <p>教师分类演示讲解基本初等函数的概念,演示讲解运算性质,使学生进一步深入了解本节重点内容</p>                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                    |
| <p>学生活动</p>                          | <p>认真听讲,积极思考,完成从已学的函数到新知识复合函数、基本初等函数等知识迁移,进一步探讨二者的联系,使学生深入理解其本质思想。</p>                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                    |
| <p>资源使用</p>                          | <p>教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                    |
| <p>设计意图</p>                          | <p>引导学生知识迁移,通过案例演示在计算中与简单函数相比较复合函数而言,它们之间的关系,抽象、归纳总结二者的区别和注意事项.</p>                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                    |
| <p>教学环节4</p>                         | <p>练习+巩固+总结</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>时长 20</p>                                                                       |

#### 基本初等函数

| 函数名称  | 函数表达式                                                        |
|-------|--------------------------------------------------------------|
| 常数函数  | $y=C$ ( $C$ 为常数)                                             |
| 幂函数   | $y=x^\mu$ ( $\mu$ 为常数)                                       |
| 指数函数  | $y=a^x$ ( $a>0, a\neq 1, a$ 为常数)                             |
| 对数函数  | $y=\log_a x$ ( $a>0, a\neq 1, a$ 为常数)                        |
| 三角函数  | $y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, y=\cot x, y=\sec x, y=\csc x$ |
| 反三角函数 | $y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\text{arccotr}$    |

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|--|-----------|----------------|-----------------------|----------------|-------------------|--------------------------|-----------------|--------------------|---------------|
| 巩固<br>(融入建模)    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 教学内容            | <p><b>任务5 分解复合函数</b><br/>进一步巩固如何分解复合函数,并对本堂课所学知识进行小结;<br/>案例 6 将下列复合分解与基本初等函数或简单函数;</p> <p>1. <math>y = (\arcsin\sqrt{x})^2</math>; 2. <math>y = e^{\sqrt{\sin(x+1)}}</math>; 3. <math>y = \cos^3(2x+6)</math></p> <p>案例 7 指出函数 <math>y = \sin^2 \sqrt{\ln(1+2x)}</math> 是由哪几个简单函数复合而成的?<br/>练习: 指出下列函数由哪些简单函数复合而成:</p> <p>1. <math>y = \sqrt{\sin x}</math>; 2. <math>y = \sqrt{x^2+2}</math>; 3. <math>y = \frac{1}{\cos(x+1)}</math>; 4. <math>y = 2^{\sin^2 x}</math></p> |                    | <div><p>讨论一个复合函数的分解问题,即讨论它是由哪些基本初等函数或简单函数(指出哪些函数和基本初等函数经过怎样的复合过程)复合而成,分解步骤为由外逐层依次向内分解.</p><table><tr><td>简单函数</td><td>非简单函数</td><td></td></tr><tr><td><math>y = x^2</math></td><td><math>y = \cos^2 x</math></td><td><math>y = u^2, u = \cos x</math></td></tr><tr><td><math>y = \sqrt{x}</math></td><td><math>y = \sqrt{2x+1}</math></td><td><math>y = \sqrt{u}, u = 2x+1</math></td></tr><tr><td><math>y = e^x + x^3</math></td><td><math>y = e^{2x} + x^3</math></td><td><math>e^u, u = 2x</math></td></tr></table></div> | 简单函数 | 非简单函数 |  | $y = x^2$ | $y = \cos^2 x$ | $y = u^2, u = \cos x$ | $y = \sqrt{x}$ | $y = \sqrt{2x+1}$ | $y = \sqrt{u}, u = 2x+1$ | $y = e^x + x^3$ | $y = e^{2x} + x^3$ | $e^u, u = 2x$ |
|                 | 简单函数                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 非简单函数              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
|                 | $y = x^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $y = \cos^2 x$     | $y = u^2, u = \cos x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
|                 | $y = \sqrt{x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $y = \sqrt{2x+1}$  | $y = \sqrt{u}, u = 2x+1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
|                 | $y = e^x + x^3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $y = e^{2x} + x^3$ | $e^u, u = 2x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 教师活动            | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长                 | 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 教师活动            | <p>1. 归纳总结<br/>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p>2. 评价(课后完成)<br/>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 布置课后作业与进阶任务<br/>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 学生活动            | <p>1. 聆听,完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验<br/>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务(可选项)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |  |           |                |                       |                |                   |                          |                 |                    |               |

|        |                                                                                                                                                                                |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 设计意图   | <p>1. 课堂评价<br/>收集学生各环节的学习数据。</p> <p>2. 进阶任务<br/>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p>3. 拓展提高<br/>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                |
| 教学效果   | 通过此课的设计及实际讲解，经过复习+巩固练习+提问的方式，活跃了学生课堂，学生基本能够掌握本节内容，激发学习兴趣；                                                                                                                      |
| 教学特色   | 针对不同班级专业，讲解尽量能够深入浅出，符合高职公共数学特色；                                                                                                                                                |
| 反思与诊改  | 教学过程中,学生对复合函数分解成简单函数较难理解的把握，主要在于对基本初等函数的标准结构未能深刻领会，讲解中可适当强调基本初等函数的结构特征。                                                                                                        |

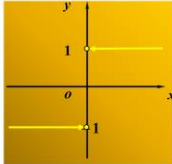
## 教学方案 3：函数的极限

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目二任务 2：§ 函数的极限                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目二中的任务 2，主要学习数列的极限、函数的极限等内容                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 已经掌握初等函数基础知识；2. 对极限思想有一定认知                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 1. 抽象与逻辑推理能力有限<br>2. 对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 了解数列极限、函数极限的定义，极限的 6 种过程<br>2. 了解极限的四则运算法则。                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 掌握数列极限的定义<br>2. 掌握函数极限的定义<br>3. 熟练掌握函数左、右极限的求解                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力；<br>2. 分析、归纳总结思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
|        | 思政目标 | 1. 数学家精神、极限的无限接近但不至<br>2. 文化自信，穷竭法、割圆术                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 复合函数的分解<br>2. 基本初等函数的概念、图象和性质                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 分段函数的表达<br>2. 复合函数的分解<br>3. 幂函数与根式、分式各种表达形式的互换                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |



|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 10 |
| 教学内容             | <div><div>任务 1 数列的极限与函数极限的基本思想</div><div>任务 2 通过割圆术，导入数学列极限的定义</div><div>引例 1 芝诺悖论-阿基里斯追龟说<br/>假设阿基里斯的速度为 10m/s，乌龟的速度是 1m/s，乌龟在阿基里斯前方 1000m 处。阿基里斯跑 1000 米用 100s，此时乌龟又跑了 100m；如此，阿基里斯追不上乌龟？</div><div>引例 2 刘徽-割圆术<br/>“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣”</div><div>引例 3 观察数列 <math>\left\{x_n = \frac{1}{n}\right\}</math> 当 <math>n \rightarrow \infty</math> 时的变化趋势</div><div>案例 1 观察数列的极限：<math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}</math></div><div>案例 2 观察数列的极限：<math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{3n-1}</math></div><div>案例 3 求极限 <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^x}</math></div></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
|                  | <div><div><div>阿基里斯追乌龟跑1000米用100s，此时乌龟又跑了100米</div><div>阿基里斯继续追乌龟跑10s，此时乌龟又跑了10米</div><div>阿基里斯继续追乌龟跑1s，此时乌龟又跑了1米</div><div>阿基里斯继续追乌龟跑0.1s，此时乌龟又跑了0.1米</div><div>阿基里斯继续追乌龟跑0.01s，此时乌龟又跑了0.01米</div></div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div></div> |    |    |



|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |  |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--|
| 探索<br>(解决问题)               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |  |
| 教学内容                       | 任务 3 自变量趋向于无穷大时函数的极限 ( $x \rightarrow \infty$ )<br>任务 4 自变量趋向于有限值时函数的极限 ( $x \rightarrow x_0$ )<br>任务 5 函数的左、右极限 ( $x \rightarrow x_0^+$ , $x \rightarrow x_0^-$ )<br>通过函数图像分析,讲解自变量在两种不同变化趋势下,函数极限定义和求解方法,<br>最后引入函数右、右极限进行讲解,并重点讲解极限存在的充要条件.<br><br>案例 4 (1). $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ x }{x}$ . (2). $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x }{x}$ .<br><br>案例 5 验证 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x }{x}$ 不存在 | <div><div>定理2 <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)</math>.</div><div>例5 验证 <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x }{x}</math> 不存在.</div><div>证 <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ x }{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x}{x} = -1</math><br/><math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x }{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 = 1</math><br/>左右极限虽然存在但是不相等,所以该极限不存在.</div><div></div></div> |    |  |
|                            | 教师活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成函数极限概念的新认识,分析原理,总结出左右极限与函数极限存在的充要条件.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |  |
|                            | 学生活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 认真听讲,积极思考,并通过对自变量趋向于无穷大时数列的极限知识点进行迁移,理解自变量趋向于无穷大、趋向于有限值时函数极限的相关概念与性质                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |  |
| 资源使用                       | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |  |
| 设计意图                       | 通过教师引导思考,原理讲解,精讲重点内容,这是学生正确理解极限思想的基础.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |  |
| 教学环节 3<br><br>精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 时长                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 20 |  |
| 教学内容                       | 任务 6 在任务 3 完成的基础上,讲解 $x \rightarrow +\infty$ , $x \rightarrow -\infty$ 时函数的极限<br>结合对函数的左右极限的理解,使学生进一步理解和掌握 $x \rightarrow \infty$ 时极限的特点,并说明 $x \rightarrow \infty$ 时极限存在的充要条件.<br>案例 6 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^x$<br>案例 7 求极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x$                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |  |
| 教师活动                       | 教师通过分类演示讲解自变量趋向于有限值、趋向于无穷大时函数极限的存在的条件,使学生进一步深入了解函数的极限思想                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |  |

|                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 学生活动                           | 认真听讲,积极思考,在熟练掌握左、右极限的基础之上,通过知识迁移,认识自变量从不同方向趋向于无穷大时的极限,简化求解过程,并做的相关练习,掌握方法.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 资源使用                           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 设计意图                           | 引导学生知识迁移,通过案例演示使学生掌握基本方法,总结注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学环节 4<br><br>巩固<br><br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 时长 | 20 |
| 教学内容                           | <p>对自变量趋向于有限值 (<math>x \rightarrow x_0</math>) 和趋向于无穷大 (<math>x \rightarrow \infty</math>) 时函数极限的等知识进行复习讲解, 并做相关练习巩固</p> <p>案例 8 <math>f(x) = \begin{cases} 1-x, &amp; x &lt; 0 \\ x^2+1, &amp; x \geq 0 \end{cases}</math>, 求 <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x)</math>.</p> <p>案例 9 讨论函数 <math>f(x) = \begin{cases} x-1 &amp; x &lt; 0 \\ x^2 &amp; 0 \leq x &lt; 1 \\ 1 &amp; x \geq 1 \end{cases}</math>, 当 <math>x \rightarrow 0</math> 及 <math>x \rightarrow 1</math> 时的极限是否存在.</p> <p>课中练习: (1) <math>\lim_{x \rightarrow x_0} C</math> (<math>C</math> 为常数);</p> <p>(2) <math>\lim_{x \rightarrow 2} (x+3)</math>;</p> <p>(3) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}</math>;</p> <p>(4) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}</math>.</p> |    |    |
| 教师活动                           | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 学生活动                           | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 资源使用                           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 设计意图                           | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 5<br><br>评价-总结            | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 10 |
| 教师活动                           | <p>1. 归纳总结<br/>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p>2. 评价 (课后完成)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |

|               |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | <p>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b></p> <p>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</p>                                                                               |
| 学生活动          | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                                                    |
| 资源使用          | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                      |
| 设计意图          | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b></p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b></p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| <b>四、教学反思</b> |                                                                                                                                                                                                              |
| 教学效果          | 极限概念是本门课程的主线和基础，通过本节课的设计与实施，学生基础能够掌握函数极限、数列极限等基本概念，能够理解极限存在的条件和极限的简单求解。                                                                                                                                      |
| 教学特色          | 通过“阿基里斯追龟说”、“刘徽割圆术”等案例引入极限概念，融入课程思政元素开展教学，激发学生的爱国情怀。                                                                                                                                                         |
| 反思与诊改         | 教学过程中，要注重课程思政元素的融入，达到润物细无声，立德树人的效果。                                                                                                                                                                          |

## 教学方案 4：极限运算法则

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目二任务 2：§ 无穷大与无穷小；<br>极限的运算法则                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目二中的任务 2 的第二个子任务，主要学习函数极限的运算法则                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 1. 已经掌握函数的极限等基础知识；2. 会求解简单函数的极限                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|      | 学习特点 | 1. 抽象与逻辑推理能力有限；2. 对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解无穷大、无穷小的概念，<br>2. 理解无穷大的判定方法和无穷小的概念及性质，无穷小的比较<br>3. 理解无穷小和无穷大的倒数关系<br>4. 掌握极限的四则运算法则                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够通过无穷大、无穷小的概念判断无穷大量与无穷小量<br>2. 熟练掌握无穷大与无穷小的判定方法和性质<br>3. 会利用极限的四则运算法则求解有理分式函数的极限                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
|      | 思政目标 | 1. 无限接近但不至<br>2. 虽不能至，但心向往                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 无穷小的概念，<br>2. 无穷小的比较<br>3. 极限的四则运算法则                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 无穷小的比较<br>2. 有理分式函数的极限运算                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课 (低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式             | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 时长 | 10 |
| 教学内容             | <p><b>任务 1</b> 无穷大与无穷小的概念</p> <p>【注意】（1）无穷小是变量,不能与很小的常数混淆;</p> <p>（2）说一个函数 <math>f(x)</math> 是无穷小，必须指明自变量 <math>x</math> 的变化趋势；如 <math>x-1</math> 当 <math>x</math> 趋向于 1 时是无穷小，但 <math>x</math> 趋向于其它值时，<math>x-1</math> 就不是无穷小。</p> <p>（3）零是可以作为无穷小的唯一常数。</p> <p>通过与学生互动的方式复习之前讲过的函数极限的两种特殊变化趋势,结合极限定义引出无穷小量的基本概念.</p> <p>引例 1 观察 <math>\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0</math>，可知函数 <math>\sin x</math> 是当 <math>x \rightarrow 0</math> 时的无穷小量</p> <p>引例 2 观察 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0</math>，可知函数 <math>\frac{1}{x}</math> 是当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时的无穷小量</p> <p>引例 3 数列 <math>\{\frac{(-1)^n}{n}\}</math> 是当 <math>n \rightarrow \infty</math> 时的无穷小量</p> |    |    |
| 教师活动             | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动             | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用             | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 设计意图             | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教学环节 2           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 探索<br><br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 时长 | 20 |
| 教学内容             | <p><b>任务 2</b> 无穷小性质及应用</p> <p><b>任务 3</b> 无穷大概念，理解无穷大与无穷小关系</p> <p>引入新概念，做习题加深对概念的理解，举例加以说明如何利用相关方法求函数的</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | <p>原函数,并让学生做相关的练习.</p> <p>案例 1 函数 <math>f(x) = \frac{1}{x-1}</math> 当 <math>x \rightarrow 1</math> 时,是否为无穷大量?</p> <p>案例 2 求 <math>f(x) = \frac{x+1}{x-1}</math> 在什么情况下是无穷小,在什么情况下是无穷大。</p> <p>案例 3 利用无穷小的性质,求极限 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成无穷大-无穷小概念的新认识,分析原理,总结出无穷大与无穷小之间内在联系.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,并通过对函数极限等于零与无穷大的情形理解,对知识点进行知识迁移,理解无穷大与无穷小相关概念与性质                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,感知函数无穷大与无穷小概念与运算之间的联系,精讲重点内容,这是学生正确理解无穷大与无穷小概念的基础.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务 4</b> 函数极限的四则运算法,并利用法则求解函数的极限</p> <p>设 <math>\lim f(x) = A, \lim g(x) = B</math>, 则</p> <p>(1) <math>\lim [f(x) \pm g(x)] = A \pm B</math>;</p> <p>(2) <math>\lim [f(x) \cdot g(x)] = A \cdot B</math>;</p> <p>(3) <math>\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}</math>, 其中 <math>B \neq 0</math>.</p> <p>通过结合例题讲解,分类讲解不同情形下的函数极限求解方法,结合极限的计算四则运算法则,给出函数极限的不同的求解方法,同时通过讲练结合,使学生理解不同情形下有理分式函数极限的求解方法.</p> <p>案例 1 计算 <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-1}{x^2-3x+5}</math>; 案例 2 计算 <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x-1}{x^2+2x-3}</math>;</p> <p>案例 3 计算 <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2+2x-3}</math></p> |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解利用极限四则运算法则计算函数极限的方法,利用公式和超级计算器两种方法演示求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,利用极限的运算性质,理解不同类型函数极限的求解方法,并做相关练习,熟练掌握和运用极限求解方法,并学会利用手机软件验证计算结果.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过案例演示使学生掌握有理分式函数不同类型的极限求解方法,并利用手机软件“超级计算器 APP”验证计算结果.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |



|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学环节 4          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 巩固<br>(融入建模)    | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 20 |
| 教学内容            | <p>任务 4 当自变量趋向于无穷大时有理分式函数的极限</p> <p>任务 5 巩固练习</p> <p>通过练习进一步巩固所学知识点,并对本堂课所学知识进行小结;</p> <p>案例 4 计算 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{7x^3 + 4x^2 - 1}</math>; 案例 5 计算 <math>\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2})</math></p> <p>案例 6 计算 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}</math></p> |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习,学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 10 |
| 教师活动            | <p>1. 归纳总结</p> <p>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p>2. 评价(课后完成)</p> <p>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 布置课后作业与进阶任务</p> <p>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:</p>                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 学生活动            | <p>1. 聆听,完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务(可选项)</p>                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图            | <p>1. 课堂评价</p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p>2. 进阶任务</p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务,巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p>3. 拓展提高</p>                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |

完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。

#### 四、教学反思

|       |                                                             |
|-------|-------------------------------------------------------------|
| 教学效果  | 通过本节课的设计与教学，使学生深刻理解无穷大与无穷小的概念，通过讲练结合，进一步巩固学生对极限四则运算法则的理解运用。 |
| 教学特色  | 讲解+练习相结合，教师走下讲台个别针对性指导，极大提高教学质量和教学效果。                       |
| 反思与诊改 | 设计好教学内容，组织丰富的随堂练习活动，提高学生的理论应用能力                             |

## 教学方案 5：两个重要极限

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目二任务 2：§ 两个重要极限（难点：两个重要极限的应用）                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目二中的任务 2 的第三个子任务，主要学习极限求解方法中的两个重要极限。                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 已经掌握函数极限的概念与运算性质，会利用极限四则运算法则求解简单极限                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$<br>2. 理解 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$<br>3. 常用等价无穷小量                                                                                                                                                                                 |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够掌握第一个重要极限并利用其求解其它极限<br>2. 能够掌握第二个重要极限并利用其求解其它极限                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
|      | 思政目标 | 1. 银行复利的计算，培养学生“行跬步至千里”的勇于挑战精神<br>2. 无限接近与等价，良好的数学素养                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 两个重要极限<br>2. 利用等价无穷小替换求极限                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 两个重要极限的其它形式<br>2. 利用两个重要极限求函数的极限                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 教学资源 |      | ☆ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>☆ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>☆ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>☆ 多媒体课件+智慧教室<br>☆ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>☆ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式             | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                           |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 10 |
| 教学内容             | 任务 1 理解并证明 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$<br>简单介绍函数极限的夹逼准则，由夹逼准则得出第一个重要极限的基本形式；<br>2、初步掌握两个重要极限的基本形式之后，进一步讨论其变形应用；<br>案例 1 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x$<br><br>案例 2 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}})$ |    |    |
| 教师活动             | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动             | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 资源使用             | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 设计意图             | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教学环节 2           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 探索<br><br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 20 |
| 教学内容             | 任务 2 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$ 在若干极限中的应用<br>举例加以说明如何利用相关方法求函数的原函数，并让学生多练习、多熟悉。<br>案例 3 利用第一个重要极限，求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x}$<br><br>案例 4 利用第一个重要极限，求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ ，思考 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = ?$            |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | 案例 5 利用第一个重要极限, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况, 初步掌握两个重要极限的基本形式之后, 进一步讨论其变形形式, 通过多媒体演示, 直观讲解、分析原理.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲, 积极思考, 并通过对极限运算法则进行知识迁移, 理解重要极限基本原理                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考, 原理精讲重点内容, 这是学生正确理解重点内容的基本原理的基础.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>问题引入: 银行复利的计算是如何进行的? 小组讨论</p> <p>任务 3 理解 <math>\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e</math></p> <p>任务 4 <math>\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e</math> 在若干极限中的应用</p> <p>介绍第二个重要极限, 在初步掌握重要极限的基本形式之后, 进一步讨论变形形式.</p> <p>案例 6 利用第二个重要极限, 求极限 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x</math></p> <p>案例 7 利用第二个重要极限, 求极限 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{2+x}\right)^{2x}</math>.</p> |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解第二个重要极限及其变形形式, 利用公式和超级计算器两种方法演示求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲, 积极思考, 进一步熟练基本步骤, 简化求解过程, 并通过相关练习巩固掌握方法.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生掌握计算不同类型积分时的凑微分方法, 抽象、归纳凑微分公式和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>任务 5 无穷小替换简化极限求解</p> <p>通过实例的讲解使得学生理解结等价无穷小与两个重要极限相结合的极限求解方法, 并让学生做相关的练习加以巩固提升、对本堂课所学知识进行小结;</p> <p>案例 8 利用等价无穷小替换, 求极限 <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{\sin 5x}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |

|                 |                                                                                                                                                           |    |    |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|                 | 案例 9 利用等价无穷小替换, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2x}{1 - \cos x}$                                                                                 |    |    |
|                 | 案例 10 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1 + \cos x)\ln(1 + x)}$ (注: 这个问题是个竞赛题, 需要学生讨论解决)                                     |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                   | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价 (课后完成)<br>根据每一环节学生的任务完成情况, 结合自评、互评数据, 以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时, 鼓励学生继续挑战课后进阶任务: |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听, 完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时, 可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务 (可选项)                                                     |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务, 巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时, 进一步巩固实际应用能力。                  |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学效果            | 两个重要极限是一种重要极限求解方法, 通过本节课的设计和教学, 使学生能够熟练掌握两个重要极限的基本内容, 并利用其变形形式求解相关极限。                                                                                     |    |    |
| 教学特色            | 采用启发式教学, 让学生自主发现两个重要极限的主要特征, 加深学生对两个重要极限的认识, 课堂活跃, 学生积极回答。                                                                                                |    |    |
| 反思与诊改           | 教学中需注重让所有学生紧跟老师的上课节奏积极思考并回答问题。                                                                                                                            |    |    |



## 教学方案 6：函数的连续性及其工程应用

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目二任务 3：§ 函数的连续性及其工程应用                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目二中的任务 3，主要学习函数的连续性及其工程的简单应用。                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 已经掌握函数极限的概念与性质，会利用极限运算法则和两个重要极限求解极限                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解函数的增量概念<br>2. 理解函数连续的两个定义<br>3. 了解间断点的定义<br>4. 了解连续性在工程中的简单应用<br>5. 了解闭区间上连续函数的最值定理、介值定理和零点存在性定理                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 会求自变量增量、函数的增量<br>2. 掌握函数连续的图像定义和两个公式定义<br>3. 会判断函数的间断点<br>4. 可用连续性解决工程中的简单问题                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|      | 思政目标 | 1、从容面对顺境与逆境<br>2、正确对待成功与失败                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 连续的两个定义<br>2. 间断点类型的判定<br>3. 最大值与最小值定理，介值定理                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 连续函数的判定<br>2. 间断点类型的判定                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

| 二、教学策略             |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式               | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |    |    |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教学内容               | 任务 1 函数的增量基本定义<br>任务 2 利用增量定义函数连续，并求连续函数的极限<br>引例 1 气温随时间连续变化的函数关系<br>引例 2 脉冲电压随时间变化的函数关系<br><br>案例 1 试验证函数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性.                             |    |    |
| 教师活动               | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图               | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |
| 教学内容               | 任务 3 函数连续的极限定义（ $\lim_{x\rightarrow x_0} f(x)=f(x_0)$ ）<br>任务 4 分段函数在分界点的连续性<br>通过函数连续的增量式定义，推导出函数连续的极限定义，并重点学习运用连续的极限定义判断函数在 $x_0$ 的连续性。<br><br>案例 2 讨论下列函数在指定点的连续性：                                                             |    |    |

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|                | <p>(1) <math>f(x)= x =\begin{cases} x, &amp; x \geq 0, \\ -x, &amp; x &lt; 0, \end{cases}</math> 在 <math>x=0</math> 处;</p> <p>(2) <math>f(x)=\begin{cases} x^2, &amp; x \leq 1, \\ x+1, &amp; x &gt; 1, \end{cases}</math> 在 <math>x=1</math> 处</p>                                                                                                                                                              |    |    |
| 教师活动           | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形第二类换元积分法(凑微分)概念知识建构,分析原理,并通过微分与积分运算性质,理解第二类换元积分法.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考,通过函数连续性的理解,判断函数的连续性                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图           | 通过教师引导思考,原理讲解,理解函数连续性的定义、性质与用法,精讲重点内容,这是学生正确理解函数连续性原理的基础.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>任务 5 函数的间断点</p> <p>任务 6 闭区间上连续函数的性质,利用函数连续性求解极限</p> <p>通过实例,给出积分过程中常用换元公式一根式代换、三角代换</p> <p>案例 3 若函数 <math>f(x)=\begin{cases} \frac{2}{x}\sin x, &amp; x &lt; 0 \\ k, &amp; x = 0 \\ x\sin \frac{1}{x} + 2, &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math> 连续,求 k 的值.</p> <p>案例 4 若函数 <math>f(x)=\begin{cases} x+1, &amp; x &lt; 1 \\ ax+b, &amp; 1 \leq x &lt; 2 \\ 3x, &amp; x \geq 2 \end{cases}</math> 连续,求 a,b 的值.</p> |    |    |
| 教师活动           | 教师分类演示讲解初等函数、分段函数的连续性,并演示讲解闭区间上连续函数的性质,最后演示超级计算器验证求解结果,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考,理解连续性定义的应用,并通过相关练习,学习求解方法.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图           | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生掌握连续函数的极限定义,并归纳总结分段函数在分界点上连续性判断的方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 4         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 巩固             | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| (融入建模)          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学内容            | <p>结合案例来验证求解连续函数极限方法的可靠性，并让学生多练习、巩固提升。<br/>           案例 5 利用函数的连续性，求极限</p> <p>(1) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x - 3}</math> ; (2) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\cos x}</math> ; (3) <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{x - 4}</math></p> <p>案例 6 讨论下列函数在指定点处的连续性：</p> <p>(1) <math>f(x) = \frac{\sin x}{x}</math>，在 <math>x = 0</math> 点； (2) <math>f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, &amp; 0 \leq x &lt; 1, \\ 1, &amp; x = 1 \\ 1 + x, &amp; x &gt; 1, \end{cases}</math> 在 <math>x = 1</math> 点；</p> <p>(3) <math>f(x) = \begin{cases} -x, &amp; x \leq 0, \\ 1 + x, &amp; x &gt; 0, \end{cases}</math> 在 <math>x = 0</math> 点 ; (4) <math>f(x) = \sin \frac{1}{x}</math> 在 <math>x = 0</math> 点；</p> <p>(5) <math>f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, &amp; x &gt; 0, \\ x, &amp; x \leq 0, \end{cases}</math> 在 <math>x = 0</math> 点 .</p> <p>案例 7 某登山运动员于星期六上午 7:00 开始登山，下午 5:00 到达顶点。在山上宿营后，星期日上午 7:00 开始返回，下午 5:00 到达出发点。证明：该运动员在星期日的某时刻和星期六的同一时刻处于同一高度。</p> |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习,让学生自主完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 10 |
| 教师活动            | <p>1. 归纳总结<br/>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p>2. 评价（课后完成）<br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 布置课后作业与进阶任务<br/>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动            | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验<br/>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |

|        |                                                                                                                                                                                                     |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                             |
| 设计意图   | <p><b>1. 课堂评价</b><br/>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b><br/>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b><br/>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                                     |
| 教学效果   | 通过本节课设计，学生基本能够理解函数的连续性，并认识到实际生活和工程应用中的连续变化现象，将实际问题与理论知识相互联系起来。                                                                                                                                      |
| 教学特色   | 通过实际生活中的连续变化现象引入连续的定义，加深了学生对连续的理解。                                                                                                                                                                  |
| 反思与诊改  | 通过极限的方式定义连续变化的现象，与现实问题紧密联系，使学生感觉到数学并不是那么枯燥无味，从而激发其学生兴趣。                                                                                                                                             |

## 教学方案 7：极限模块小结

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目二极限模块复习                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目二中的任务 3，主要学习函数的连续性及其工程的简单应用。                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 已经掌握函数极限、连续的概念与性质，会利用常用极限求解法求解函数的极限、判断函数的连续性                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 理解函数的极限与数列的极限定义与求解<br>2. 理解极限的运算法则与两个重要极限<br>3. 理解函数连续的定义与应用                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够熟练掌握函数的极限与数列的极限定义与求解<br>2. 熟悉极限的运算法则与两个重要极限并会运用，会判断函数的间断点<br>3. 能够掌握求解极限的一般方法                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|        | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 思政目标 | 辩证看问题，尊重认识规律                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 极限的求解<br>2. 两个重要极限<br>3. 函数的连续性.                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 利用两个重要极限求极限<br>2. 复合函数的分解                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |



|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 10 |
| 教学内容               | <div>任务 1 复习第 1 章主要重点内容</div> <div>任务 2 函数的定义域求解</div> <div>任务 3 函数极限的四则运算法则</div> <div>对第一章主要内容进行复习梳理，帮助学生构建关于极限理论的知识框架，巩固极限基础理论知识。</div> <div>案例 1 求 <math>y = \log_2(16 - x^2)</math> 定义域。</div> <div>案例 2 设 <math>f(x) + f(\frac{x-1}{x}) = 2x</math>，其中 <math>x \neq 0, x \neq 1</math>，求 <math>f(x)</math>。</div> <div></div> |    |    |
| 教师活动               | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 设计意图               | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 20 |
| 教学内容               | <div>任务 4 复合函数的分解</div> <div>任务 5 函数的连续性</div> <div>对重要的知识点进行详细的例题讲解与练习</div> <div>案例 4 将下列函数分解成简单函数或基本初等函数</div> <div>(1) <math>y = (\sin 3x)^4</math> ; (2) <math>y = e^{\sqrt{\cos(2x+1)}}</math> ; (3) <math>y = \cos^2(3x + 5)</math></div>                                                                                                                                                                       |    |    |



|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | 案例 5 讨论分段函数 $f(x) = \begin{cases}  x-1 , &  x  > 1 \\ \cos \frac{\pi x}{2}, &  x  \leq 1 \end{cases}$ 的连续性.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,举例加以说明如何分解复合函数、判断函数的连续性,使学生巩固本章知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,对第 1 章函数的极限与连续等知识点进行复习总结,加强练习,进而熟练掌握极限运算基础及应用知识.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>任务 5 两个重要极限</p> <p>任务 6 函数的极限求解</p> <p>以知识框架结构的形式对第一章主体内容进行复习,对重要的知识点进行详细的例题讲解与练习.</p> <p>案例 6 设函数 <math>f(x)</math> 在闭区间 <math>[0,1]</math> 上连续,且 <math>f(0) = f(1)</math>,证明必有一点 <math>\xi \in [0,1]</math> 使得 <math>f(\xi + \frac{1}{2}) = f(\xi)</math>.</p> <p>案例 7 <math>f(x) = \begin{cases} -x, &amp; x &lt; 0 \\ 1, &amp; x = 0 \\ x, &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math>, 画出函数图像,讨论 <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x)</math></p> <p>课中练习: (1) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}</math>; (2) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}</math></p> |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解针对不同类型极限求解方法,演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,理解基本步骤,并做相关练习,巩固求解方法.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生巩固本章重点内容,利用常用方法计算不同类型函数的极限,抽象、归纳总结不同类型的针对性方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 时长 | 20 |

|                 |                                                                                                                                                                         |    |    |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学内容            | 任务7 连续性的应用<br>对重要的知识点进行详细的例题讲解与练习.<br><br>案例8 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x^2}$<br><br>案例9 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2)^{x^2}$ |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                   |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                 |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                 | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:                   |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听,完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                                      |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                 |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务,巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供课后个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。            |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学效果            | 本次课为项目二极限模块的复习课,通过本课的设计和教学,进一步巩固了学生对函数极限、连续、极限运算等知识的理解的掌握。                                                                                                              |    |    |

|       |                                                      |
|-------|------------------------------------------------------|
| 教学特色  | 复习巩固+随堂练习，讲练结合的方式，并能够根据学生的实际掌握情况及时调整教学方式和过程。         |
| 反思与诊改 | 本节课程教学过程中，对基础比较薄弱且自制能力较差的学生，如何激励和指导其树立学习自信，是一个值得思考的。 |

## 教学方案 8：导数的概念与运算法则

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目三任务 1：导数的概念                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目三中的任务 1，主要学习函数的导数的概念与几何意义。                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 已经掌握函数极限、连续的概念与性质，会利用常用方法求解极限                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 认知结构 | 了解极限思想，有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解导数的基本概念<br>2. 了解左右导数的概念<br>3. 了解定义法求导数                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够利用导数概念计算导数<br>2. 能够运用基本初等函数的导数运算公式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|      | 思政目标 | 1. 后疫情时代，科学看待病毒传播<br>2. 基于导数基础的传染病模型，认识数学强大的魅力                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 导数的基本概念；<br>2. 基本初等函数求导公式                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 左、右导数的理解；<br>2. 分式函数的求导法则                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

| 二、教学策略             |                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式               | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                              |    |    |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长 | 10 |
| 教学内容               | 任务 1 变速直线运动速度、切线斜率等引出函数变化率的概念<br>任务 2 导数的定义<br>通过两个实例，引出导数的概念，并进一步得到左右导数的定义<br>案例 1 求函数 $y = x^n$ (n 为正整数)的导数；                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教师活动               | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图               | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                      | 时长 | 20 |
| 教学内容               | 任务 3 定义法计算函数的导数<br>任务 4 导数的几何意义<br>讲解根据导数的定义求解导数法，并通过具体习题让学生进一步理解导数的概念与和导数的几何意义，求解平面曲线的切线方程和法线方程<br>案例 2 设函数 $f(x)=\sin x$ , 求 $(\sin x)'$ 及 $(\sin x)' _{x=\frac{\pi}{4}}$<br><br>案例 3 求曲线 $y = x^2$ 在点 (2,4) 处的切线和法线方程.<br><br>练习 求解函数的导数：（1） $y = 2x^2$ ； （2）求 $y = \cos x$ |    |    |



|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教师活动           | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,举例加以说明如何利用相关方法求函数的导数,使学生形成导数概念的知识建构,分析原理。                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图           | 通过教师引导思考,原理讲解,理解导数的定义、几何意义.                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p><b>任务 5 基本求导公式</b><br/>讲解基本初等函数的求导公式,接着给此类初等函数导数的公式求解法,并总结归纳出不同类型运用不同的求导方法.</p> <p>案例 4 利用基本初等函数求导公式,求下列函数的导数:</p> <p>(1) <math>y = \sqrt{x}</math>; (2) <math>y = \cos x + x^2</math>;</p> <p>随堂练习 利用基本初等函数求导公式,求下列函数的导数:</p> <p>(1) <math>y = x^{\frac{1}{5}}</math>; (2) <math>y = 2x + 3x^2 + \sqrt{x}</math>;</p> |    |    |
| 教师活动           | 教师分类演示讲解针对不同类型函数的求导公式应用方法,正确选择合适的求导公式的重要性,演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考,理解基本步骤,并做的相关练习,掌握方法.                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图           | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生理解导数的概念与和导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,熟练掌握基本初等函数求导公式.                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 4         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 巩固<br>( 融入建模 ) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>结合案例结合实例运用基本求导公式求解简单函数的导数,做相关的练习加以巩固、验证求解方法的可靠性.</p> <p>随堂练习 利用基本初等函数求导公式,求下列函数的导数:</p> <p>(1) <math>y = x^{\frac{1}{5}}</math>; (2) <math>y = 2x + 3x^2 + \sqrt{x}</math>;</p> <p>随堂练习 求曲线 <math>y = \sin x</math> 在 <math>x = \frac{\pi}{3}</math> 处的切线和法线方程.</p>                                                    |    |    |
| 教师活动           | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |



|                 |                                                                                                                                                              |    |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                        |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:        |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听,完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务,巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供课后个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学效果            | 微积分学中,导数的定义是基础,通过“切线”、“变速运动物体速度”两个实际案例的引入,使学生不仅掌握导数的由来,并深刻理解“变化率”的概念。                                                                                        |    |    |
| 教学特色            | 实际生活案例引入,使导数的定义由抽象变得更容易理解,贴近生活。                                                                                                                              |    |    |
| 反思与诊改           | 教学过程中,注意引导学生发现规律,积极思考和归纳总结导数的定义和存在的条件。                                                                                                                       |    |    |

## 教学方案 9：导数的四则运算法则

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目三任务 1 子任务：导数的四则运算法则                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目三中的任务 1 的第二个子任务，主要学习函数的导数的四则运算法则，会利用基本初等函数求导公式求解简单函数的导数。                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 已经掌握导数的概念以及求解方法（基本求导公式）                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 了解导数运算法则<br>2. 理解并运用导数的四则求导法则                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够运用基本初等函数的导数运算公式<br>2. 能够运用导数的四则运算法则求函数的导数                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生由宏观思想到微观思维的转变、利用所学知识解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 思政目标 | 基于新冠疫情背景，介绍数学建模的传染病模型，培养学生实际应用能力                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学重点   |      | 导数的四则运算法则                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学难点   |      | 分式函数的求导法则                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思                                                                                                                                                                                                                |      |       |

|                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| <p>维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| <h3>三、教学实施过程</h3>                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 1                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 引导<br>(问题导入)                                                                                                                      | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 10 |
| 教学内容                                                                                                                              | <p><b>任务 1</b> 导数的四则运算法则（和式求导法则）<br/>           复习函数可导与连续的关系、基本初等函数的求导公式，学生阅读教材相关章节内容，总结导数如何进行四则运算</p> <p>提问：如何求解函数 <math>y = x^3 + \sin x</math>、<math>y = x^3 \sin x</math> 的导数？</p> <p>案例 1 设 <math>y = x^3 - \cos x + \ln x + \sin 5</math>，求函数的一阶导数 <math>y'</math>。</p> <p>案例 2 设 <math>y = 2x - \sqrt[3]{x} + 3\sin x + \ln x - \cos \frac{\pi}{3}</math>，求 <math>f'(1)</math>。</p> |    |    |
| 教师活动                                                                                                                              | 与学生互动，利用启发式教学方法，提出问题，引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论，激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动                                                                                                                              | 结合教师提出的问题，参阅教材内容讨论探究，积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用                                                                                                                              | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 设计意图                                                                                                                              | 学生通过复习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 2                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 探索<br>(解决问题)                                                                                                                      | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 20 |
| 教学内容                                                                                                                              | <p><b>任务 2</b> 运用导数的四则运算求函数的导数（乘积求导法则）<br/>           举例加以说明如何利用导数的四则运算法则、注意事项，并让学生思考回答：当遇到乘积形式的初等函数时，如何利用乘积求导法则求解其导数？</p> <p>案例 3 设 <math>y = 5\sqrt{x} \cdot 2^x</math>，求函数的一阶导数 <math>y'</math>。</p> <p>课中练习：设 <math>f(x) = x^3 \sin x</math>，求函数的一阶导数 <math>f'(x)</math>。</p>                                                                                                          |    |    |
| 教师活动                                                                                                                              | 教师根据学生的讨论情况，通过多媒体演示，直观讲解，由导数的四则运算法则入手，结合例题讲解，使学生形成乘积求导法则的知识建构。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 学生活动                                                                                                                              | 认真听讲，积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 资源使用                                                                                                                              | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,进一步熟练掌握基本初等函数求导公式、导数的四则运算法则,会利用导数的四则运算求函数的导数.                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务 3</b> 运用导数的四则运算求函数的导数(分式求导法则)<br/>结合例题讲解导数四则运算法则中分式法则,并演示手机软件“超级计算器”验证结果的正确性.</p> <p>案例 5 设 <math>y = \frac{x^2 + 1}{3 + 2x}</math>, 求函数的一阶导数 <math>y'</math>.</p> <p>课中练习: 设 <math>y = \frac{\sin x}{1 + x^2}</math>, 求函数的一阶导数 <math>y'</math>.</p>   |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解分式求导法则,并演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,理解分式求导公式运用的具体细节,并做相关练习进一步理解运算性质与注重事项.                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 通过案例的演示,让学生掌握导数的四则运算法则与运算性质,抽象、归纳总结求解方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>练习巩固</p> <p>课中练习: (1) 已知 <math>f(x) = x^4 + 2x + \sqrt{x}</math>, 求 <math>f'(x)</math>;</p> <p>(2) 已知 <math>f(x) = \cos x \cdot \ln x</math>, 求 <math>f'(x)</math>;</p> <p>(3) 已知 <math>f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos x}</math>, 求 <math>f'(x)</math>.</p> |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教学环节 5       | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 10 |

|        |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| 评价-总结  |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 教师活动   | <div>1. 归纳总结</div> <div>对本次课主要内容框架进行总结。</div> <div>2. 评价（课后完成）</div> <div>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</div> <div>3. 布置课后作业与进阶任务</div> <div>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</div>        |  |  |
| 学生活动   | <div>1. 聆听，完成、自评、互评</div> <div>2. 明确本次课后必选作业</div> <div>3. 完成在线测验</div> <div>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</div> <div>4. 挑战进阶任务（可选项）</div>                                                                   |  |  |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                         |  |  |
| 设计意图   | <div>1. 课堂评价</div> <div>收集学生各环节的学习数据。</div> <div>2. 进阶任务</div> <div>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</div> <div>3. 拓展提高</div> <div>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</div> |  |  |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 教学效果   | 导数的运算法则是计算导数的基础，通过本节课的设计，基本合使学生掌握和理解导数的和、差、积、商的运算法则，并运用其求解函数的导数。                                                                                                                                                |  |  |
| 教学特色   | 导数和运算法则运用和练习，针对本节内容设计适合学生基础的练习，能够增加学生的学习兴趣 and 自信。                                                                                                                                                              |  |  |
| 反思与诊改  | 教学中注重引导学生积极思考，按照导数和、差、积、商的运算法则，重点有针对性地练习巩固。                                                                                                                                                                     |  |  |

## 教学方案 10：复合函数的求导法则

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目三任务 1 子任务：复合函数的求导                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目三中的任务 1 的第三个子任务，主要学习函数的复合函数的求导法则，会利用链式法则求解复合函数的导数。                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 学习了导数的定义、导数的四则运算法则，会求解简单函数的一阶导数                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 函数的分解<br>2. 复合函数的链式求导法则                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够掌握复合函数导数的运算法则<br>2. 能够分清函数的复合关系，应用公式求导数                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、举一反三和解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 思政目标 | 基于复合函数链式法则知识点，培养学生做事条理，凡事有章法的思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 复合函数求导的链式法则<br>2. 复合函数内层函数和外层函数的关系                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 多层复合函数的分解<br>2. 复合函数的导数的应用                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思                                                                                                                                                                                                                |      |       |



|                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 三、教学实施过程                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教学环节 1<br><br>引导<br><br>( 问题导入 )                                                                                           | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 10 |
| 教学内容                                                                                                                       | <p><b>任务 1</b> 复合函数的导数</p> <p>提问函数可导的定义？极限的四则运算法则是什么？</p> <p>思考：若不是基本初等函数，其导数是否有相同的运算法则呢？如 <math>\sin x</math> 的导数大家会求，那么 <math>\sin 3x</math> 呢？<math>\sin^2(3x+1)</math> 呢？</p> <p>案例 1 <math>y = \ln(1+x^2)</math>，求 <math>y'</math>。</p>             |    |    |
| 教师活动                                                                                                                       | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动                                                                                                                       | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用                                                                                                                       | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 设计意图                                                                                                                       | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 2<br><br>探索<br><br>( 解决问题 )                                                                                           | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                | 时长 | 20 |
| 教学内容                                                                                                                       | <p><b>任务 2</b> 复合函数的求导法则（链式法则）</p> <p>给出求复合函数求导法则并加以案例讲解，总结复合函数求导数的方法与步骤，例题讲解，并让学生做练习巩固.</p> <p>案例 2 <math>y = e^{-x^2+3x}</math>，求 <math>\frac{dy}{dx}</math>。</p> <p>案例 3 设 <math>y = (2x + \sin x)^3</math>，求 <math>y' _{x=\frac{\pi}{2}}</math>。</p> |    |    |
| 教师活动                                                                                                                       | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成对复合函数导数法则的知识建构。                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 学生活动                                                                                                                       | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 资源使用                                                                                                                       | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 设计意图                                                                                                                       | 通过教师引导思考,原理讲解，引入新概念，做习题加深对概念的理解                                                                                                                                                                                                                          |    |    |

|                |                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                            | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p><b>任务 3</b> 求解复合函数的导数</p> <p>利用复合函数链式求导法则求解多层复合函数的一阶导数, 并通过案例讲解求解过程与原理, 总结复合函数求导数的方法与步骤, 例题讲解, 并练习加强</p> <p>案例 4 求复合函数 <math>y = \ln \sin x</math> 的导数.</p> <p>课中练习: 求函数 <math>y = (x^2 + 1)^{10}</math> 的导数.</p> |    |    |
| 教师活动           | 教师分类演示讲解复合函数的导数求解过程与步骤, 并演示利用公式和超级计算器两种方法求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲, 积极思考, 结合教师案例演示, 理解链式求导法则的注意事项.                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 设计意图           | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生掌握基本公式, 抽象、归纳总结求解方法和注意事项.                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 4         |                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 巩固<br>( 融入建模 ) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                             | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>巩固强化复合函数的求导法则, 讨论并做相关习题, 巩固提升.</p> <p>课中练习: (1) 求函数 <math>y = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt[3]{x-2}}</math> (<math>x &gt; 2</math>) 的导数.</p> <p>(2) 求函数 <math>y = e^{\sin \frac{1}{x}}</math> 的导数</p>             |    |    |
| 教师活动           | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动           | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 设计意图           | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教学环节 5         |                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 评价-总结          | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教师活动           | <p><b>1. 归纳总结</b></p> <p>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p><b>2. 评价 (课后完成)</b></p>                                                                                                                                              |    |    |

|               |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | <p>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b></p> <p>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</p>                                                                               |
| 学生活动          | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                                                    |
| 资源使用          | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                      |
| 设计意图          | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b></p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b></p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| <b>四、教学反思</b> |                                                                                                                                                                                                              |
| 教学效果          | 复合函数求导是继导数四则运算法则之后的又一重要内容，通过本次课的设计，既让学生复习和掌握了复合函数的结构特点，又进一步理解了复合函数的求导法则。                                                                                                                                     |
| 教学特色          | 从复合函数的结构特点出发，步步为营，引导学生理解链式法则的精髓。                                                                                                                                                                             |
| 反思与诊改         | 首先需让学生深入理解“分解复合函数”，因为只有会熟练地将复合函数分解为简单函数，才能快速准确地求解出复合函数的一阶导数。                                                                                                                                                 |

## 教学方案 11：特殊函数的求导法则

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目三任务 1 子任务：复合函数的求导                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目三中的任务 1 的第四个子任务，主要学习函数的隐函数的求导，特殊求导法，高阶导数。                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了导数的定义、导数的四则运算法则，会求解复合函数的一阶导数                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 理解隐函数求导法则<br>2. 了解对数求导法<br>3. 了解函数的高阶导数的概念                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 掌握隐函数求导法则并运用<br>2. 掌握对数求导法则并运用<br>3. 掌握函数的高阶导数求解方法                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、举一反三和解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|        | 思政目标 | 化难为易，不畏艰难、勇于挑战的精神                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 隐函数求导法则、由参数方程确定的函数的导数<br>2. 对数求导法                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 对数求导法<br>2. 隐函数求导                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法         | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 三、教学实施过程     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学环节 1       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 引导<br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 10 |
| 教学内容         | <p><b>任务 1 隐函数求导法则</b><br/>提问函数由哪些形式？导出隐函数的定义；然后通过问题引入，结合复合函数求导法则，导出隐函数求导方法。</p> <p>思考：隐函数如何求导？如：由方程 <math>xy - e^x + e^y = 0</math> 确定的隐函数的导数 <math>y'</math>。</p> <p>案例 1 求由方程 <math>x^3 + y^3 = 3xy</math> 确定的隐函数的导数 <math>\frac{dy}{dx}</math>。</p> <p>案例 2 求由方程 <math>x^4 - xy + y^4 = 1</math> 确定的隐函数的导数 <math>y''</math> 在 <math>(0, 1)</math> 处的值。</p> <p>课中练习：求由方程 <math>xy - e^x + e^y = 0</math> 确定的隐函数的导数 <math>\frac{dy}{dx}, \frac{dy}{dx} _{x=0}</math>。</p> |    |    |
| 教师活动         | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动         | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教学环节 2       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 探索<br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务 2 对数求导法则</b><br/>学生阅读教材相关章节内容，总结对数求导法则，对数求导事实上是把一些通过乘除乘方开方构成的复杂函数转化成隐函数，然后再运用隐函数求导法则求出导</p> <p>案例 3 设 <math>y = \frac{(x+1)^3\sqrt{x-1}}{(x+4)^2 e^x}</math>，求 <math>y'</math>；</p> <p>案例 4 设 <math>y = x^{\sin x} (x &gt; 0)</math>，求 <math>y'</math>。</p>                                                                                                                                                                                                        |    |    |

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教师活动           | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成对数求导法<br>的知识建构。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图           | 通过教师引导思考,原理讲解,引入新概念,做习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>任务 3 参数方程求导法则<br/>任务 4 高阶导数的定义, 求解高阶导数</p> <p>引入 参数方程求导法则设参数方程 <math>\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \Psi(t) \end{cases}</math>, 则 <math>y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}</math>; 高阶导数的求<br/>解, 讨论并做相关习题, 练习.</p> <p>案例 5 求由方程 <math>\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}</math> 表示的函数的一阶导数.</p> <p>课中练习: 求摆线 <math>\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}</math> 在 <math>t = \frac{\pi}{2}</math> 处的切线方程.</p> |    |    |
| 教师活动           | 教师演示讲解特殊函数的导数求解方法与步骤, 并演示利用公式和超级计算器两<br>种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考,理解这些计算方法的在导数计算中的应用和知识迁移,并做<br>相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图           | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生掌握定积分的求解方法和注意<br>事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 4         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 巩固<br>( 融入建模 ) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>通过实例的讲解使得学生掌握高阶导数的定义以及求解方法, 讲解相关典型例<br/>题, 同时让学生做相关的练习加以巩固</p> <p>课中练习: (1) <math>y = \ln(1+x^2)</math>. 求 <math>y''(\frac{\pi}{4})</math>; (2) <math>y = x^\alpha (\alpha \in R)</math>, 求 <math>y^{(n)}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教师活动           | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲<br>解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动           | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |



|                 |                                                                                                                                                              |    |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价；<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：        |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听，完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学效果            | 隐函数是一类特殊函数，其导数的求解是本章的教学难点和重点，通过本次课的设计和教学，引导学生利用复合函数求导的知识迁移，使学生理解隐函数求导的基本方法和注意事项、高阶导数的求解等知识。                                                                  |    |    |
| 教学特色            | 隐函数是教学难点，通过复合函数求导的链式法则，使学生深刻理解隐函数导数求解的理论方法，有效突破教学难点。                                                                                                         |    |    |
| 反思与诊改           | 针对教学难点，教师应该注重学生的课中练习反馈信息，有针对性地进行讲解，以提高教学效果的教学质量。                                                                                                             |    |    |

## 教学方案 12：函数的微分及其应用

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目三任务1子任务：函数的微分及其应用（重点：微分的计算及应用）                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目三中的任务1的第四个子任务，主要学习函数的隐函数的求导，特殊求导法，高阶导数。                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 已经掌握一元函数的极限与导数等基础知识；2. 已经掌握函数导数的求解方法                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的逻辑思维能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 学习特点 | 1. 抽象与总结能力有限<br>2. 对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解函数微分的定义；<br>2. 了解微分的运算法则；<br>3. 基本初等函数及得分函数的微分运算公式；<br>4. 利用微分进行近似计算                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够掌握函数可微分的定义；<br>2. 能够掌握微分的四则运算法则；<br>3. 能够掌握基本初等函数及复合函数的微分公式；<br>4. 初步掌握凑微分法；<br>5. 能够进行简单的近似计算                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力<br>2. 观察、分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 思政目标 | 增量的实质，培养学生唯物辩证的世界观                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 微分的概念及基本公式<br>2. 复合函数的微分公式<br>3. 凑微分                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 可导、可微、连续之间的关系<br>2. 凑微分<br>3. 工程中的近似计算                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学资源 |      | ☆ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>☆ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>☆ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>☆ 多媒体课件+智慧教室<br>☆ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>☆ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

**教学模式** “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式

**教学方法** 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。

## 三、教学实施过程

### 教学环节 1

**引导**  
(问题导入)

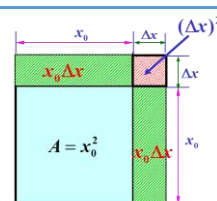
问题导入

**时长**

10

### 教学内容

任务1 函数微分的定义及微分存在的必要条件  
通过引例总结函数值增量与自变量增量之间的关系,引入函数可微分的定义,以及求解函数微分的公式. 引例 正方形金属薄片受热后面积的改变量.



### 教师活动

与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.

### 学生活动

结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题

### 资源使用

教材+多媒体课件

### 设计意图

学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.

### 教学环节 2

**探索**  
(解决问题)

探索归纳,概念精讲

**时长**

20

### 教学内容

任务2 基本初等函数的微分公式  
提问:通过微分公式可以看出微分与导数有着密切的联系,那么可导与可微之间的关系如何呢?

### 教师活动

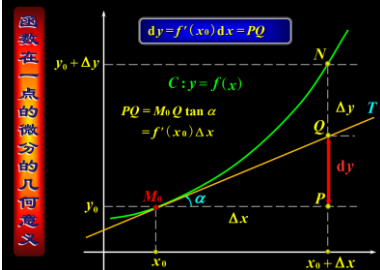
教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成导数概念的再认识,分析原理,总结出函数微分的基本概念与相关计算公式.

### 学生活动

认真听讲,积极思考,并通过对导数知识进行知识迁移,理解微分相关内容

### 资源使用

教材+多媒体课件+超级计算器 APP

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,感知函数微分的概念与求解方法,精讲重点内容,这是学生正确理解微分与利用其进行近似计算的基础.                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 任务3 微分的几何意义; 任务4 微分在工程近似计算中的应用<br>通过例题讲解,使学生理解可微的几何意义,通过导数的求解方法,引入微分基本公式与微分法则,由微分计算法则,得出凑微分法,最后讲解微分在近似计算中的应用. 课堂练习. 案例: (1) $x^2 dx = d(\quad)$ ; (2) $x^3 dx = d(\quad)$ ;  |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解函数微分的计算方法,利用公式和超级计算器两种方法演示求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,完成从已学的导数到新知识微分的知识迁移之后,进一步探讨二者的联系,使学生深入理解其本质思想,提炼出一般用法和注意事项。                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过案例演示在计算中与一元函数微分与其逆运算(寻找原函数)的关系,抽象、归纳总结二者的区别和注意事项.                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 进一步巩固所学知识点,对本堂课所学知识进行小结;<br><b>案例</b> 近似计算: 计算 $\cos 60^\circ 30'$ 的近似值.                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 10 |
| 教师活动         | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价(课后完成)                                                                                                                                                                                                                       |    |    |

|               |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | <p>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b></p> <p>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</p>                                                                               |
| 学生活动          | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                                                    |
| 资源使用          | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                      |
| 设计意图          | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b></p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b></p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| <b>四、教学反思</b> |                                                                                                                                                                                                              |
| 教学效果          | 函数的微分，是微分学中的重要内容，它所表示的是函数变化量的近似值，通过本次课的设计和教学，使学生理解了导数与微分之间的区别的联系，教学效果良好，达到教学基本要求。                                                                                                                            |
| 教学特色          | 针对学生专业人才培养方案对数学能力的要求，有针对性地对该知识点进行讲解，并通过真题进行课中练习，使学生熟练掌握该知识点。                                                                                                                                                 |
| 反思与诊改         | 微分与导数在定义是有着本质区别，但二者又存在着密切联系，教学中要注意跟学生讲明白微分与导数之间的关系。                                                                                                                                                          |



## 教学方案 13：中值定理与洛必达法则

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目三任务 2 子任务：中值定理、洛必达法则及其应用                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目三中的任务 2 的第一个子任务，主要学习中值定理（A 层）及洛必达法则。                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 学习了导数的四则运算法则、复合函数求导法则，会求解一般初等函数的一阶导数                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 理解巩固洛必达法则<br>2. 综合所学内容，对函数极限进一步深入体会理解                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 了解几个中值定理<br>2. 能够熟练掌握洛必达法则<br>3. 能够掌握其它未定式极限的洛必达求解                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、利用所学知识解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 思政目标 | 通过洛必达花钱购买导师论文成果的故事，培养学生诚实品质，尊重知识                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 洛必达法则的灵活应用<br>2. 其它未定式极限的求解                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 洛必达法则的应用条件<br>2. 未定式极限的化简                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |



|                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|
| <p>生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |           |
| <h3>三、教学实施过程</h3>                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |           |
| <p>教学环节 1</p> <p>引导</p> <p>( 问题导入 )</p>                                                                                                                              | <p>问题导入</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>时长</p> | <p>10</p> |
| <p>教学内容</p>                                                                                                                                                          | <p><b>故事引入</b> 洛必达法则的由来与洛必达其人</p> <p><b>任务 1</b> 中值定理及推论</p> <p><b>任务 2</b> 未定式与洛必达法则</p> <p>对前面已学过导数等知识点进行简要复习、并重点讲解中值定理；通过问题导入，引导学生思考未定式极限的求解方法，引出洛必达法则，结合例题演示讲解。</p> <p>提问：<math>\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}</math> 型未定式的极限如何求解？通过学生自主学习讨论，老师总结导出洛必达法则，并通过讲解与练习，使学生进一步理解和掌握该知识点与方法</p> <p>案例 1 求极限：<math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}</math> (<math>\frac{0}{0}</math>) 型。</p> |           |           |
| <p>教师活动</p>                                                                                                                                                          | <p>对导数知识进行简要复习、并重点讲解中值定理。通过学生自主学习讨论，老师总结导出洛必达法则，并通过讲解与练习，使学生进一步理解和掌握该知识点与方法步骤。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |
| <p>学生活动</p>                                                                                                                                                          | <p>结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           |           |
| <p>资源使用</p>                                                                                                                                                          | <p>教材+多媒体课件</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |           |
| <p>设计意图</p>                                                                                                                                                          | <p>学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |
| <p>教学环节 2</p> <p>探索</p> <p>( 解决问题 )</p>                                                                                                                              | <p>探索归纳，概念精讲</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>时长</p> | <p>20</p> |
| <p>教学内容</p>                                                                                                                                                          | <p>考虑利用洛必达法则求解函数的极限时，应该注意什么？洛必达法则应用的条件、特殊情况如何处理，通过问题导入，使学生更深层次地了解工程数学中求解特定形式的函数的极限常用的方法—洛必达法则。</p> <p>案例 2 求极限：<math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}</math> (<math>\frac{0}{0}</math>) 型。</p>                                                                                                                                                                         |           |           |

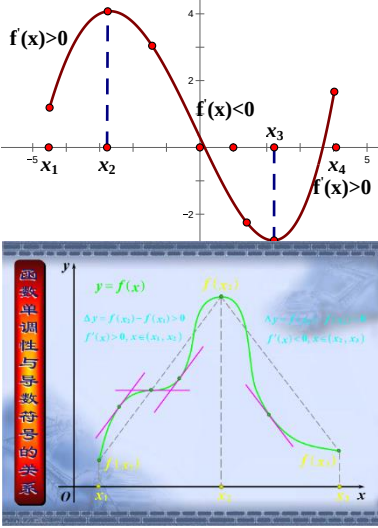
|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | 案例 3 求极限: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}$ ( $\frac{\infty}{\infty}$ ) 型.                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成洛必达法则求解极限的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 学生活动         | 积极思考回答问题、认真听讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,引入新概念,做习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务 3</b> 其它未定式极限的求解 (<math>0 \cdot \infty</math> 型, <math>\infty - \infty</math> 型)</p> <p>提问: 其它形式的未定式, 如何化简成能够利用洛必达法则求解的固定形式?</p> <p>结合讲解与练习, 使学生熟练掌握洛必达法则的灵活运用</p> <p>案例 4 求极限: <math>\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)</math> (<math>\infty - \infty</math>) 型.</p> |    |    |
| 教师活动         | 教师演示讲解其它未定式极限的求解过程, 并演示利用洛必达法则和超级计算器两种方法求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲, 积极思考, 结合洛必达法则应用条件, 理解其它形式未定式极限求解的知识迁移, 并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生掌握未定式极限求解方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务 4</b> 洛必达法则应用条件</p> <p>通过实例的讲解使进一步熟练掌握洛必达法则应用条件, 并让学生做相关的练习, 巩固提升.</p> <p>随堂练习: 证明 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \cos x}{x}</math> 存在, 但不能用法则求解.</p>                                                                                                                                      |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |

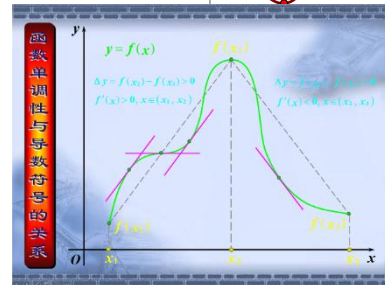
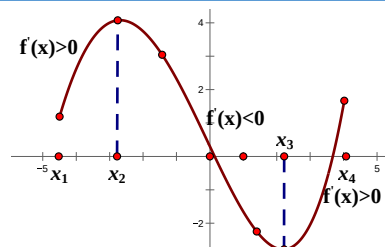
|                 |                                                                                                                                                              |    |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价；<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：        |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听，完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学效果            | 洛必达法则是求解特殊未定式极限的有效方法，通过本次课的设计，使学生掌握洛必达法则的理论依据和运用注意事项，讲练结合，并让学生上台讲解心得，教学效果良好。                                                                                 |    |    |
| 教学特色            | 鼓励学生积极思考，上台讲解例题和求解心得，培养了学生举一反三的思维能力。                                                                                                                         |    |    |
| 反思与诊改           | 在教学过程中，要注重学生自我分析能力的发现问题能力的培养。                                                                                                                                |    |    |

## 教学方案 14：函数的单调性与凹凸性

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目三任务 2 子任务：中值定理、洛必达法则及其应用                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目三中的任务 2 的第二个子任务，主要学习利用导数判断函数的单调性及凹凸性，掌握单调性与凹凸性的简单应用。                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 学习了导数的相关知识，对函数的导数几何意义等有较深的认识                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解导数与函数单调性的关系<br>2. 了解运用导数符号与函数的单调性的原理<br>3. 理解极值的概念及函数极值的判定定理<br>4. 极值判别法一、极值判别法二                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够利用导数判断函数单调性<br>2. 能够利用导数判断函数凹凸性                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|      | 素质目标 | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、利用所学知识解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
|      | 思政目标 | 数形结合，从单调性与导数的内在联系；<br>凹凸性体现数学的奇异之美，热爱数学，所示数学的完美培养学生的唯物辩证思想                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 函数单调区间的判定<br>2. 函数的凹凸性、拐点的求法及其应用                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 函数不可导点的求解<br>2. 驻点、不可导点与单调区间分别点的联系与辩证关系                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式         | “情境(问题)探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教学方法         | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 三、教学实施过程     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学环节 1       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 引导<br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 时长 | 10 |
| 教学内容         | <div><div><p>任务1 导数与单调性的联系</p><p>任务2 初等函数的单调区间</p><p>引例 学生阅读教材内容，单调性与导数有何关系？</p><p>总结：（1）如果 <math>f(x)</math> 在 <math>[a,b]</math> 内的导数 <math>f'(x) &gt; 0</math>，那么 <math>f(x)</math> 在这个区间内单调增加；</p><p>（2）如果 <math>f(x)</math> 在 <math>[a,b]</math> 内的导数 <math>f'(x) &lt; 0</math>，那么 <math>f(x)</math> 在这个区间内单调减少。</p><p>要研究函数的单调区间步骤</p><p>（1）求驻点</p><p>（2）以驻点分开定义域为若干块，在每块内探讨一阶导数的正负。正的单调增加，负则单调减少。</p></div><div></div></div> |    |    |
| 教师活动         | 首先向学生说明单调函数在高等数学中占重要的地位，如单调函数才有反函数等，由导数讨论函数的单调性与其导数之间的关系，从而提供一种判断单调性的方法。然后，通过观察函数 $y = x^3 - 3x$ 的图像，得函数单调区间与导数之间的联系。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动         | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容,引入单调区间判断方法。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 教学环节 2       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 探索<br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 时长 | 20 |



|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                               |    |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----|
| 教学内容         | <b>任务3</b> 利用导数求解单调区间<br>结合实际案例求解函数的单调区间,使学生掌握判断函数单调区间的一般步骤.<br>案例1 讨论函数 $y = e^x - x - 1$ 的单调性.<br>案例2 确定函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ 的单调区间.<br>案例3 研究 $y = \sqrt[3]{x^2}$ 的单调区间<br>案例4 确定函数 $y = 3x^3 - x^2$ 的单调区间<br>课中练习: (1) 确定函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ 的单调区间;<br>(2) 求函数 $f(x) = x - \ln(1+x)$ 的单调区间. |                                               |    |
|              | 教师活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成对函数单调区间判断的知识建构. |    |
|              | 学生活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 认真听讲,积极思考                                     |    |
|              | 资源使用                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                       |    |
|              | 设计意图                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 通过教师引导思考,原理讲解,引入新概念,做习题加深对方法的理解               |    |
| 教学环节3        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                               |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 时长                                            | 20 |
| 教学内容         | <b>任务1</b> 曲线的凹凸性<br>通过与学生互动的方式由曲线的单调性,引出曲线弯曲方向的问题,导入凹凸性定义,结合一阶导函数的单调性,给出曲线凹凸性与拐点的判断方法<br>案例1 研究曲线: $f(x) = \frac{9}{35}x^{\frac{10}{3}} - \frac{27}{28}x^{\frac{7}{3}} - \frac{9}{2}x^{\frac{1}{3}}$ 的拐点及函数对应的凹凸区间。                                                                                                      |                                               |    |
| 教师活动         | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                               |    |
| 学生活动         | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                               |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                               |    |
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                               |    |
| 教学环节4        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                               |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长                                            | 20 |

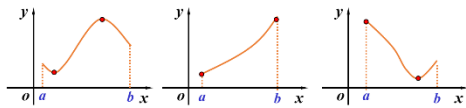
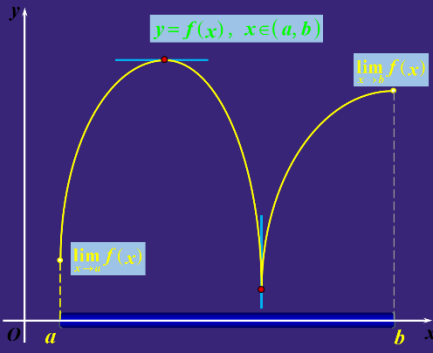


|                 |                                                                                                                                                              |    |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学内容            | 任务2 重点练习凹凸性判断、拐点等求解方法<br>对第三章知识进行系统的复习、并重点讲解相关重要内容<br>案例2 研究曲线 $x=\varphi(t)=t^3+3t+1$ , $y=\psi(t)=t^3-3t+1$ 的拐点及函数对应的凹凸区间.                                 |    |    |
| 教师活动            | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成微分逆运算-积分概念的新认识,分析原理,总结出微分与积分运算之间内在联系.                                                                                          |    |    |
| 学生活动            | 认真听讲,积极思考,并通过对一元函数相类似知识点进行知识迁移,理解多元函数相关概念与性质                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                           |    |    |
| 设计意图            | 通过教师引导思考,原理讲解,精讲重点内容,这是学生正确理解导数应用的基础.                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：        |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听，完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学效果            | 函数的单调性与凹凸性是导数的又一重要应用，通过本次课的教学设计，使学生对导数的应用有了更深层次的理解，构建更为牢固的知识构建体系，通过本次课的设计，教学效果良好，基本达到了教学要求。                                                                  |    |    |
| 教学特色            | 新课讲解+复习巩固，既加强了知识的理解，又培养了学生归纳总结和自我分析的能力。                                                                                                                      |    |    |
| 反思与诊改           | 教学过程中，需要注意与函数图像结合，让学生直观理解导数与曲线单调性、凹凸间的关系，从而帮助其理解该知识点。                                                                                                        |    |    |



## 教学方案 15：函数的最值及其应用

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目三任务 2 子任务：函数的最值及其应用 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目三中的任务 2 的第三个子任务，主要学习利用导数求解函数的最值，会利用最值求解方法，实际问题中的最值问题                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 学习了导数的相关知识，对函数的导数几何意义等有较深的认识，会利用导数求解函数的极值、判断单调区间。                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 理解最值的概念及函数最值的求解方法<br>2. 会求函数的最值<br>3. 利用最值解决实际问题                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 掌握函数在区间上的最值定义<br>2. 能够理解最值与极值的区别<br>3. 结合极值求解方法，进一步掌握函数的最值的求解                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、利用所学知识解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 思政目标 | 由最值的“唯一性”、“最优性”，培养学生追求卓越的工匠精神                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学重点   |      | 函数最值的求法及其应用                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学难点   |      | 函数最值的实际应用                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法         | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 三、教学实施过程     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教学环节 1       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 引导<br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 时长 | 10 |
| 教学内容         | <div><div><p><b>问题引入</b> 举例说明实际生活中有哪些涉及到最值问题？（小组讨论）</p><p><b>任务 1</b> 函数在闭区间上存在最值的判定通过实例，如在工农业生产、工程技术及科学实验中经常会遇到这样一些实际问题：在一定条件下，怎样才能使“产品最多”、“用料最省”、“成本最低”、“效益最高”等问题，引入函数最值在实际问题中的重要性。说明这类问题常常可归结为求某函数的最大值或最小值问题，思考函数极值是否一定为最值？</p><p>案例 1 求函数 <math>f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 1</math> 在 <math>[-3,1]</math> 上的最值.</p></div><div><p><b>3.5.1 函数最值的求法</b></p><p>闭区间上连续函数的最值</p><p>若函数 <math>f(x)</math> 在 <math>[a,b]</math> 上连续，除个别点外处处可导，并且至多有限个导数为零的点，则 <math>f(x)</math> 在 <math>[a,b]</math> 上的最大值与最小值存在。</p></div></div> |    |    |
| 教师活动         | <div><div><p>函数在开区间内取得最值</p></div></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教师活动         | 复习极值、单调区间的可疑点求解，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 学生活动         | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学环节 2       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 探索<br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长 | 20 |

|              |                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学内容         | <b>任务2</b> 函数最值的一般求解方法<br>通过对导数与经济知识基础,从边际成本函数求解总成本函数等经济学中常用函数.<br>案例2 求函数 $f(x) = x - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 在闭区间 $[-1,8]$ 上最大值及最小值.                                                                      |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成函数最值求解的知识建构.                                                                                                                                                                      |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,引入讲授内容,并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节3        |                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <b>任务3</b> 函数的最值的几何应用<br><b>任务4</b> 函数的最值的物理应用<br>总结微元法求解变力做功物理问题的过程与具体步骤,结合实例讲解定积分在其它学科的应用<br>$dW = F(x)dx \quad W = \int_a^b F(x)dx$ 案例3 我校实训处拟修建一实训场地,已知该场地周长为常数 $l$ ,问:(1)场地为怎样的矩形面积最大?(2)若拟修建成圆形场地,面积会更大吗? |    |    |
| 教师活动         | 教师演示讲解求解实际问题最值的具体过程,并演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,结合定积分的无限细分思想,理解最值求解的知识迁移,并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生掌握最值的应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学环节4        |                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 思考问题:在闭区间上连续的函数一定有最大值和最小值,这在理论上肯定了最值的存在性,但是怎么求出函数的最值呢?结合极值的知识,通过数形结合的方法,直观地理解函数的极值与最值的区别.通过实例的讲解使进一步熟练掌握实际问题中的最值求解,并让学生做相关的练习,巩固提升.                                                                             |    |    |

### 3.5.2 几何应用问题

在求实际问题的最值时,一般是先建立起目标函数,然后求出该函数在其有意义的区间内的驻点,如果能判断该驻点是**唯一极值点**,则该极值点也是**最值点**.

实际问题求最值应注意:

(1)建立目标函数;

(2)求最值;

若目标函数只有唯一的极值点,则该点的函数值即为所求的最大(或最小)值;

|                 |                                                                                                                                                              |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|                 | 案例 4 某饮料公司拟设计生产一全容积为 $V_0$ 的圆柱形罐头，如果你是设计师，考虑到公司成本问题，你应该怎样设计才能使所用材料最省？                                                                                        |    | <div>例5 某饮料公司拟设计生产一全容积为 <math>V_0</math> 的圆柱形罐头，如果你是设计师，考虑到公司成本问题，你应该怎样设计才能使所用的材料最省。</div> <div>解：设罐头底圆半径为 <math>r</math>，<math>V_0 = \pi r^2 \cdot h</math> 则 <math>h = \frac{V_0}{\pi r^2}</math></div> <div>容器表面积为 <math>S = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{2V_0}{r}</math></div> <div>令 <math>S' = 4\pi r - \frac{2V_0}{r^2} = 0</math> 得唯一驻点 <math>r = \sqrt[3]{\frac{V_0}{2\pi}}</math></div> <div>由 <math>S'' = 4\pi + \frac{4V_0}{r^3} &gt; 0</math>，知 <math>r = \sqrt[3]{\frac{V_0}{2\pi}}</math> 时，<math>S</math> 取最小值，</div> <div>此时 <math>h = \frac{V_0}{\pi r^2} = 2\sqrt[3]{\frac{V_0}{2\pi}} = 2r</math>，于是当罐头的高度与底圆直径相等时，所用材料最省。</div> |  |
| 教师活动            | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                        |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                        |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                      |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                              |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：        |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 学生活动            | 1. 聆听，完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                      |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| 教学效果            | 函数的最值，是比较接近实际生活的知识点，但同时也是教学的难点，多数学生长期以来比较怕“应用题”，主要源于学生对“未知事物的畏惧”。通过本次课的设置                                                                                    |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |



|       |                                                           |
|-------|-----------------------------------------------------------|
|       | 计和教学，使学生了解最值应用的理论基础，并通过由理论到实际问题的解决，逐步提升，使学生克服了畏难情绪，增强了自信。 |
| 教学特色  | 理论与应用有机结合，循序渐进地使学生理解“最值的应用”，掌握函数最值的具体求解“套路”。              |
| 反思与诊改 | 教学中应先将理论方法讲解清楚、透彻，才能使学生轻松上阵利用导数解决实际最值问题。                  |

## 教学方案 16：不定积分的概念与性质

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目四 任务 1 不定积分的概念与性质（不定积分的基本公式和运算法则）                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目四中的任务 1，主要学习原函数与不定积分的基本定义与运算性质                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 已经掌握一元函数的微分学基础知识<br>2. 会求解函数的导数、极限、微分                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 1. 抽象与逻辑推理能力有限<br>2. 对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 理解原函数的概念；<br>2. 理解不定积分的定义；<br>3. 熟练掌握不定积分的性质                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够掌握原函数并熟练应用；<br>2. 能够利用概念求解不定积分；<br>3. 能够掌握不定积分的性质                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
|        | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|        | 思政目标 | 通过数学家克服家庭贫困逆袭成才的故事，鼓励学生打起精神，克服疫情带来的焦虑，成就个人独特的成长故事。                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 教学重点   |      | 原函数、不定积分的概念,不定积分的基本公式                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
| 教学难点   |      | 区分不定积分与导数公式                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |

|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 时长 | 10 |
| 教学内容               | <div>讨论：牛顿在疫情期间做了什么？</div> <div>任务 1 原函数的概念</div> <div>通过与学生互动的方式复习之前讲过的函数微分的求解公式，结合微分学中微分的逆推法，给出原函数的定义</div> <div><div><div><p>Isaac Newton (1642-1727)</p></div><div><p>微积分学创立以后，由于运算的完整性和应用的广泛性，使微积分学成了研究自然科学的有力工具</p><p>1666年牛顿将其前两年的研究成果整理成一篇总结性论文——《流数简论》，这也是历史上第一篇系统的微积分文献。</p><p>在简论中，牛顿以运动学为背景提出了微积分的基本问题，发明了“正流数术”（微分）；从确定面积的变化率入手通过反微分计算面积，又建立了“反流数术”；并将面积计算与求切线问题的互逆关系作为一般规律明确地揭示出来，将其作为微积分普遍算法的基础论述了“微积分基本定理”。</p><p>1687年，牛顿出版了他的力学巨著《自然哲学的数学原理》，这部著作中包含他的微积分学说，也是牛顿微积分学说的最早的公开表述</p></div></div><div><div><p>欧拉(1707年-1783)</p></div><div><p>拉格朗日(1736-1813)</p></div><div><p>柯西(1789-1857)</p></div><div><p>18世纪，欧陆数学家们力图以代数化的途径来克服微积分基础的困难，这方面的主要代表人物是达朗贝尔、欧拉和拉格朗日</p></div></div></div> |    |    |
| 教师活动               | 与学生互动，利用启发式教学方法，提出问题，引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论，激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题，参阅教材内容讨论探究，积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图               | 学生通过复习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 时长 | 20 |
| 教学内容               | 任务 2 不定积分概念                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |

**随堂练习：根据原函数的定义，完成填空.**

$(x^3 + C)' = 3x^2$   
 $(e^x + C)' = e^x$   
 $(x^4 + C)' = 4x^3$

$(\frac{1}{2}x^2 + 3x + C)' = x + 3$   
 $(10x + C)' = 10$   
 $(\frac{2}{3}x^3 + C)' = \sqrt{x}$

已知  $\ln x$  是函数  $f(x)$  的一个原函数，则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_

**2 不定积分的定义**

定义2 在区间  $I$  内，函数  $f(x)$  的带有任意常数项的原函数，称为  $f(x)$  在区间  $I$  内的不定积分，记为  $\int f(x)dx$

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

积分号
被积函数
被积表达式
积分变量
任意常数

$(x^2)' = 2x \rightarrow \int 2xdx = x^2 + C$

$(\sin x)' = \cos x \rightarrow \int \cos x dx = \sin x + C$

微分运算与求不定积分的运算是互逆的.

引入新概念，做习题加深对概念的理解，举例加以说明如何利用相关方法求函数的原函数，并让学生做相关的练习。

案例 2  $y = f(x)$  的一个原函数是  $\cos x$ ，则  $\int f'(x)dx$  为何？

案例 3 求  $\int x^5 dx$

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教师活动     | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成微分逆运算-积分概念的新认识,分析原理,总结出微分与积分运算之间内在联系.                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动     | 认真听讲,积极思考,并通过对一元函数相类似知识点进行知识迁移,理解多元函数相关概念与性质                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 资源使用     | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图     | 通过教师引导思考,原理讲解,感知一元函数积分与微分概念与运算之间的联系,精讲重点内容,这是学生正确理解原函数与不定积分概念的基础.                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 3   |                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 精讲       | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                               | 时长 | 20 |
| ( 攻克难点 ) |                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学内容     | <p><b>任务 3</b> 基本初等函数不定积分公式</p> <p><b>任务 4</b> 不定积分性质</p> <p>通过例题讲解,使学生理解可微的几何意义,通过导数的求解方法,引入微分基本公式与微分法则,由微分计算法则,得出凑微分法,最后讲解微分在近似计算中的应用,课堂练习.</p> <p><b>案例 4</b> 已知曲线 <math>y = f(x)</math> 过点 <math>(1,2)</math>,且在点 <math>(x,y)</math> 处的切线斜率是等于这点横坐标的两倍,求该曲线的方程.</p> |    |    |
| 教师活动     | 教师分类演示讲解利用积分公式和积分运算性质计算不定积分的方法,利用公式和超级计算器两种方法演示求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 学生活动     | 认真听讲,积极思考,利用不定积分的性质,简化求解不定积分过程,并不定积分的相关练习,掌握方法.                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用     | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 设计意图     | 引导学生知识迁移,通过案例演示使学生掌握积分公式与积分性质计算一些简单不定积分的方法,总结注意事项.                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教学环节 4   | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                | 时长 | 20 |

|                 |                                                                                                                                                              |    |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 巩固<br>(融入建模)    |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学内容            | 进一步巩固所学知识点,对本堂课所学知识进行小结;<br>案例 5 求积分 $\int x^2 \sqrt{x} dx$ ; 案例: 设某机械物体以速度 $v = 3t^2$ 做直线运动,当 $t = 0$ 时 $s = 2$ ,求运动规律 $s = s(t)$                           |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                        |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价(课后完成)<br>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:        |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听,完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务(可选项)                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务,巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供课后个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |    |

|       |                                                                                               |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 教学效果  | 不定积分是积分学的入门，原函数是积分学中一个重要基本概念，通过本次课设计和教学实施，学生思维实现从导数到原函数的转变，能够理解积分学与微分学的区别，并且利用直接积分法求解简单的不定积分。 |
| 教学特色  | 通过详细讨论并讲解原函数的概念，引入不定积分的定义，由浅入深，循序渐进。                                                          |
| 反思与诊改 | 学生刚接触积分学，容易将不定积分与导数相混淆，教师在详细讲解区别之后，应该给学生一定的课堂时间消化该内容。                                         |



## 教学方案 17：不定积分的换元积分法（第一换元法）

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|--------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目四 任务 1 不定积分的换元积分法（第一换元法）                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目四中的任务 1，主要学习不定积分的第一类换元法                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 已经掌握不定积分的概念与性质，会利用基本积分公式求解简单积分                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 为了更好的求解不定积分，本次课主要根据原函数的概念，结合微分学中的导数与微分的特点，学习如何通过第一类换元积分法来求函数的不定积分。                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够掌握凑微分公式；<br>2. 能够掌握第一类换元法求不定积分                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
|        | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 思政目标 | 换元法，引导学生领悟“做题要善变，做人要真诚”的道理，培养学生树立“诚信做人”的价值观。                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 第一类换元积分法<br>2. 凑微分公式                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学难点   |      | 对第一换元积分法中凑微分的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/course/videos">http://i.56.com/course/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思                                                                                                                                                                                                              |      |       |

维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。

三、教学实施过程

|                |                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学环节 1         |                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 引导<br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                 | 时长 | 10 |
| 教学内容           | <p>通过与学生互动的方式复习之前讲过的函数原函数的求解方法，总结凑微分法：</p> <p>(1) 把被积函数的一部分，利用微分，转移到 d 的后面，形成某函数的微分</p> <p>(2) d 后面的微分正好与被积函数剩下的部分有相同的关系，然后把它们看成一个整体，利用基本初等函数公式求得。</p> <p>(3) 前面的转移到 d 后面的函数被看做一个整体，其实也是换元法，所以凑微分又叫第一换元法. 思考：如何计算 <math>\int \cos 2x dx</math> ?</p> |    |    |
| 教师活动           | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动           | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 设计意图           | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教学环节 2         |                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 探索<br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                            | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>任务 1 第一类换元积分法</p> <p>举例加以说明如何利用相关方法求函数的原函数，并让学生多练习、多熟悉。</p> <p>案例 1 求 <math>\int (2x+3)^9 dx</math> ;</p> <p>案例 2 求 <math>\int \sin 2x dx</math> ;</p>                                                                                            |    |    |

第一类换元法

思考：复合函数的定积分如何求解？

$\int e^x dx = e^x + C$

$\int \cos x dx = \sin x + C$

$\int e^{2x} dx \neq e^{2x} + C$

$\int \cos 3x dx \neq \sin 3x + C$

$\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)' = e^{2x}$

$\left(\frac{1}{3}\sin 3x\right)' = \cos 3x$

原函数

原函数

不定积分的换元积分法

定理 不定积分第一换元法

定理2 若  $f(u)$  有原函数  $F(u)$ ， $u=\varphi(x)$  可微，则有换元公式

$$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx = \int f[\varphi(x)]d[\varphi(x)] = F[\varphi(x)] + C$$

第一类换元公式(凑微分法)

说明 使用此公式的关键在于将  $dx$  化为  $d(\varphi(x))$ . 观察重点不同，所得结论不同.

|              |                                                                                                                                                          |    |    |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形第一换元积分法(凑微分)概念知识建构,分析原理,并通过微分与积分运算之间内在联系,理解凑微分法.                                                                            |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,并通过对微分逆运算进行知识迁移,理解凑微分的基本原理                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,理解微分计算公式与凑微分之间的联系,精讲重点内容,这是学生正确理解第一类换元积分法原理的基础.                                                                                            |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                          |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 任务 2 凑微分公式<br>给出第一换元积分法与的原理并加以讲解,接着给出换元积分法求不定积分的步骤.<br><br>案例 3 求 $\int \frac{x}{(1+x)^3} dx$                                                            |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解不同类型不定积分的凑微分法,利用公式和超级计算器两种方法演示求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,理解第一类换元法基本步骤,简化求解不定积分过程,并不定积分的相关练习,掌握方法.                                                                                                       |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                  |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生掌握计算不同类型积分时的凑微分方法,抽象、归纳凑微分公式和注意事项.                                                                                                 |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                          |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                 | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 通过实例的讲解使得学生理解换元积分法求不定积分的方法,并让学生做相关的练习加以巩固提升、对本堂课所学知识进行小结;<br><br>案例 4 求解积分 $\int \frac{1}{x(1+2\ln x)} dx$ ; 案例 5 求解积分 $\int \frac{1}{\sqrt{2-5x}} dx$ ; |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                    |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                  |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                               |    |    |

|                     |                                                                                                                                                              |    |    |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学环节 5<br><br>评价-总结 | 归纳总结+评价；<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动                | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：        |    |    |
| 学生活动                | 1. 聆听，完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |    |
| 资源使用                | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图                | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思              |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学效果                | 换元积分法分为第一类换元，本次课主要内容为第一类换元法，也称为凑微分，是积分求解方法中的一种常用方法。通过本次课设计，讲练结合，从微分公式入手，反向运用微分公式，使学生明白“凑”微分的精髓，从而理解什么是第一类换元法，教学效果良好。                                         |    |    |
| 教学特色                | 从最基本的微分公式作为切入点，引导学生自我探索和发现规律，从而总结出凑微分的重要特点，由浅入深的教学特色，使学生易于理解。                                                                                                |    |    |
| 反思与诊改               | 教学中应注意先让学生理解微分公式，然后才更容易掌握凑微分。                                                                                                                                |    |    |

## 教学方案 18：不定积分的换元积分法（第二类换元法与分部积分法）

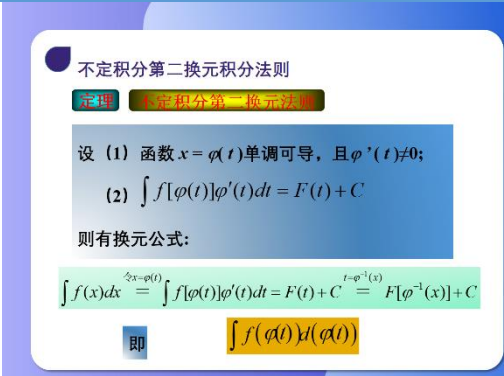
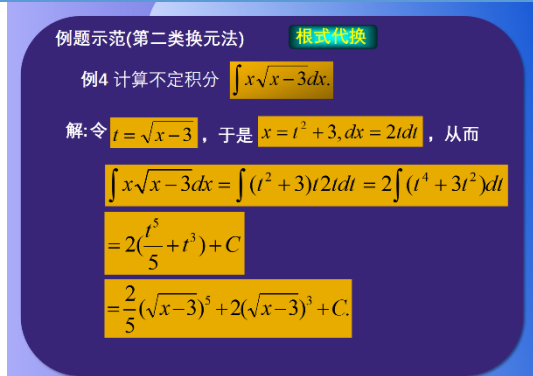
|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目四 任务1 不定积分的换元积分法（第二换元法与分部积分法）                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目四中的任务1，主要学习不定积分的第二类换元法与分部积分法                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 已经掌握不定积分的概念与性质，会利用基本积分公式求解简单积分                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解和掌握第二类换元法概念；<br>2. 换元法中的常用换元公式（根式代换、三角代换）<br>3. 理解分部积分法的分部积分公式<br>4. 运用分部积分公式求五种类型的不定积分                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够掌握第二类换元法；<br>2. 能够掌握常用换元公式（根式代换、三角代换）<br>3. 要求会运用分部积分公式求不定积分                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 素质目标 | 1. 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法；<br>2. 分析、归纳的逻辑思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 思政目标 | 引导学生领悟“做题要善变，做人要真诚”的道理，培养学生树立“诚信做人”的价值观。思考分部积分法在使用时应当遵循的原则与如何正确有效地运用分部积分法。并且启发学生在理论知识的积累中，感悟生活中蕴含的道理，将数学科目的教学与思想政治理论课同向同行，相辅相成。                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 第二类换元积分法中的换元；<br>2. 分部积分公式                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 对第二换元积分法的理解<br>2. 分部积分公式的应用                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略



|                    |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式               | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |    |    |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教学内容               | 问题导入：含有根式的积分如何求解？<br>给出一类特殊积分，让学生考虑通过第一换元积分法能否顺利计算出其积分。<br>任务 1 根式代换求解不定积分                                                                                                                                                        |    |    |
| 教师活动               | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图               | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |



|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                   |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| <p>教学内容</p>   |                                                                                                                                                                                                       |  |
|               | <p><b>任务2 第二类换元积分法</b><br/>通过第一换元积分法的理解, 逆向思考换元过程, 给出第二类换元积分法的原理.</p> <p>案例1 求 <math>\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx</math>. (根式代换)</p> <p><b>任务3 常用换元公式 (根式代换、三角代换)</b><br/>通过实例, 给出积分过程中常用换元公式—根式代换、三角代换</p> <p>案例2 求 <math>\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx</math> (根式代换)</p> |                                                                                   |
| <p>教师活动</p>   | <p>教师根据学生的讨论情况, 通过多媒体演示, 直观讲解, 使学生形第二类换元积分法(凑微分)概念知识建构, 分析原理, 并通过微分与积分运算性质, 理解第二类换元积分法.</p>                                                                                                                                                                                           |                                                                                   |
| <p>学生活动</p>   | <p>认真听讲, 积极思考, 通过第一换元积分法的理解, 逆向换元, 给出第二类换元积分法的原理</p>                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                   |
| <p>资源使用</p>   | <p>教材+多媒体课件+超级计算器 APP</p>                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                   |
| <p>设计意图</p>   | <p>通过教师引导思考, 原理讲解, 理解根式代换、三角代换与第一类换元积分法的区别与用法, 精讲重点内容, 这是学生正确理解第二类换元积分法原理的基础.</p>                                                                                                                                                                                                     |                                                                                   |
| <p>教学环节 3</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                   |
| <p>精讲</p>     | <p>精讲难点+练习巩固</p>                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>时长 20</p>                                                                      |
| <p>(攻克难点)</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                   |
| <p>教学内容</p>   | <p>通过与学生互动的方式复习函数原函数的求解方法, 结合微分学中微分的求法, 探索被积函数为乘积形式的不定积分求解方法</p> <p><b>任务4 不定积分的分部积分公式</b><br/>通过乘积结构函数的导数公式, 逆向思考积分过程, 给出分部积分法的原理. 并演示利用分部积分公式求解积分</p> <p>案例3 求 <math>\int x \cos x dx</math></p>                                                                                    |                                                                                   |
| <p>教师活动</p>   | <p>与学生互动, 利用启发式教学方法, 提出问题, 引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论, 激发学生的探索欲.</p>                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                   |
| <p>学生活动</p>   | <p>结合教师提出的问题, 参阅教材内容讨论探究, 积极思考并回答问题</p>                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                   |
| <p>资源使用</p>   | <p>教材+多媒体课件</p>                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                   |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务5</b> 五种类型的不定积分(公式中U的选择)<br/>给出分部积分法的分部积分公式并加以讲解,接着给出分部积分法求不定积分的步骤</p> <p>案例4 求 <math>\int x^2 \ln x dx</math>    案例3 求 <math>\int x \arctan x dx</math>    案例4 <math>\int x^3 \ln x dx</math></p> <p>随堂练习    (1) <math>\int e^x \sin x dx</math>    (2) <math>\int \arctan \sqrt{x} dx</math>    (3) <math>\int \ln x dx</math></p>         |    |    |
| 教师活动         | 教师分类演示讲解针对不同类型不定积分的分部积分法应用过程中,正确选择U的重要性,演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,理解基本步骤,简化求解不定积分过程,并做不定积分的相关练习,掌握方法.                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 设计意图         | <p><b>任务6</b> 五种类型的不定积分(公式中U的选择)<br/>给出分部积分法的分部积分公式并加以讲解,接着给出分部积分法求不定积分的步骤</p> <p>案例5 求 <math>\int x^2 \ln x dx</math></p> <p>案例6 求 <math>\int x \arctan x dx</math></p> <p>案例7 <math>\int x^3 \ln x dx</math></p> <p>随堂练习    (1) <math>\int e^x \sin x dx</math>    (2) <math>\int \arctan \sqrt{x} dx</math>    (3) <math>\int \ln x dx</math></p> |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教师活动         | <p><b>1. 归纳总结</b><br/>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p><b>2. 评价(课后完成)</b><br/>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b><br/>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:</p>                                                                                                                                                         |    |    |
| 学生活动         | <p>1. 聆听,完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |

|               |                                                                                                                                                                                   |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | 学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br><b>4. 挑战进阶任务（可选项）</b>                                                                                                                         |
| 资源使用          | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                           |
| 设计意图          | <b>1. 课堂评价</b><br>收集学生各环节的学习数据。<br><b>2. 进阶任务</b><br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br><b>3. 拓展提高</b><br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |
| <b>四、教学反思</b> |                                                                                                                                                                                   |
| 教学效果          | 第二类换元法主要包括根式代换、三角代换，主要适合含有根式的积分求解；分部积分法主要适合于含有根式的积分，通过本次课设计，学生基本掌握根式代换法去根号求解不定积分，教学效果良好。                                                                                          |
| 教学特色          | 通过师生互动、探索启发式教学，使学生能够由浅入深，逐步掌握根式代换的要点和注意事项，分部积分公式中U的选择是计算成功与否的关键，重点突出，易错点重点强调，避免学生出现类似计算错误。                                                                                        |
| 反思与诊改         | 根式代换原理比较抽象，教师在教学中可结合实际例题讲解注意事项，以避免发生计算错误。分部积分法 教学中，首先应让学生理解分部积分法“化难为易”的出发点，重点讲解U的选择是公式应用的关键。                                                                                      |

## 教学方案 19：不定积分的应用与小结

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目四 任务 2 不定积分的应用与小结                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目四中的任务 2 的子任务，主要对不定积分的主要计算方法进行巩固练习实践，学会结合数学建模工具计算一些复杂积分                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 已经掌握不定积分的概念与性质，会利用换元积分法、基本积分公式求解不定积分                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对概念性知识的理解与实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 理解和掌握第一类换元法的步骤<br>2. 理解并掌握第二类换元积分法<br>3. 运用分部积分公式求五种类型的不定积分                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 熟练运用凑微分法求不定积分<br>2. 熟练运用第二类换元积分法求不定积分<br>3. 要求会运用分部积分法五种类型的不定积分                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|      | 素质目标 | 结合本章所学内容，进一步熟练掌握函数的不定积分求解方法，可以比较熟练地利用不定积分的换元积分法与分部积分方法来求函数的不定积分。                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|      | 思政目标 | 尝试以不定积分计算部分的教学为任务，把价值引领、情感传递和道德示范贯穿于教学过程之中，完成抽象的理论知识学习——具体的习题演练——抽象思维养成的学习过程，落实高质量人才培养的根本任务。                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 第一类换元积分法<br>2. 第二类换元积分法<br>3. 分部积分法                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 第一类换元积分法<br>2. 对分部积分法中 U 函数的选取                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课 (低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

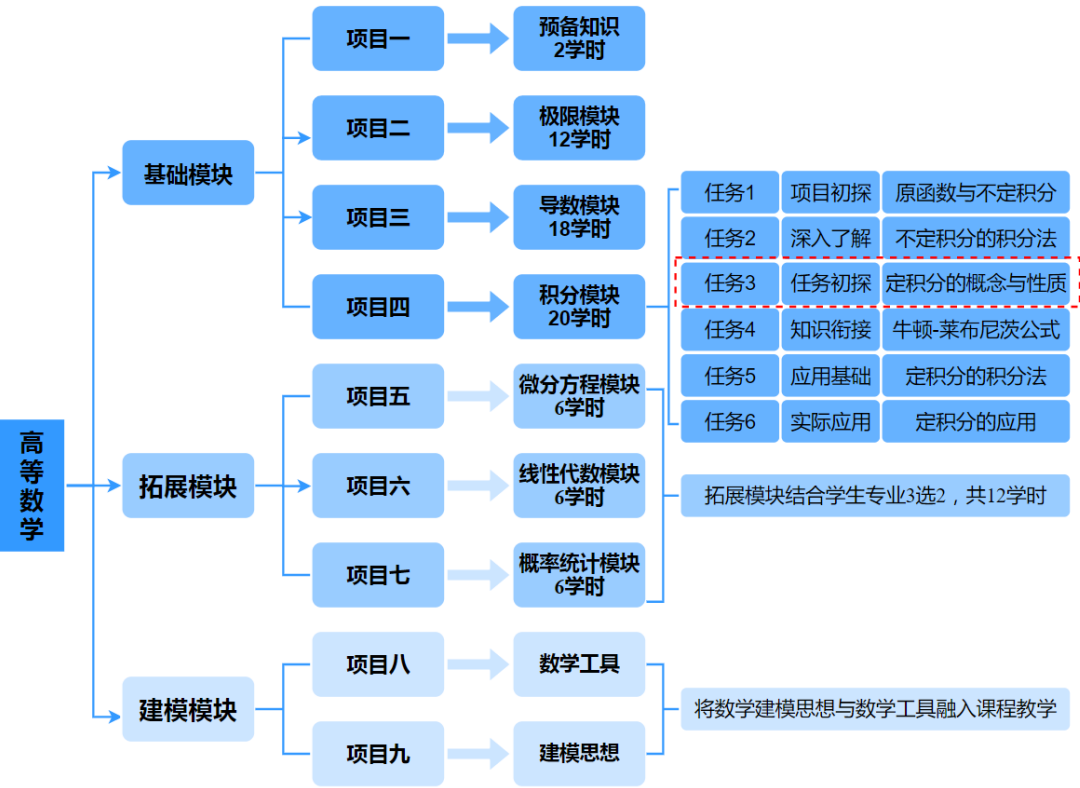
|                  |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式             | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教学内容             | 通过与学生互动的方式复习本章主要内容：积分方法-第一类换元积分法、第二类换元积分法、分部积分法等<br>案例 1 求 $\int (2x+9)^{10} dx$ ;                                                                                                                                                |    |    |
| 教师活动             | 与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动             | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用             | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图             | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 2           |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 探索<br><br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |
| 教学内容             | 任务 1 不定积分的积法（凑微分、第二类换元法、分部积分法）<br>通过具体习题，让学生进一步巩固各类积分方法，能够达到熟练运用各类积分方法的程度，比如分部积分法，对每种类型的被积函数求不定积分，都能够熟练选出该种类型中 U 函数的选取<br>案例 2 求 $\int \cos x \sin x dx$<br><br>练习 （1）求 $\int e^{3x+2} dx$ （2）求 $\int (3x+9)^8 dx$                |    |    |
| 教师活动             | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解，举例加以说明如何利用相关方法求函数的原函数，使学生形成各类积分法的知识建构,分析原理。                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动             | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                         |    |    |

|                |                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 设计意图           | 通过教师引导思考,原理讲解,理解凑微分、根式代换、三角代换与分部积分法的适用范围与用法,复习巩固本章重点内容,这是学生正确理解不同类型积分法的基础.                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                             | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <b>任务 2</b> 有理分式函数的不定积分<br>通过案例讲解有理分式函数的不定积分的一般求解方法,接着给此类不定积分的常用方法和过程,并总结归纳出不同类型运用不同的积分方法<br>案例 3 求 $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} (a > 0)$ ;                                                                                             |    |    |
| 教师活动           | 教师分类演示讲解针对不同类型不定积分的积分法应用过程中,正确选择合适的积分方法的重要性,演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考,理解基本步骤,简化求解不定积分过程,并做不定积分的相关练习,掌握方法.                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 设计意图           | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生掌握计算不同类型积分时的换元积分法,抽象、归纳总结不同类型的针对性方法和注意事项.                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 4         |                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 巩固<br>( 融入建模 ) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 20 |
| 教学内容           | 结合案例结合实例运用各类积分方法,做相关的练习加以巩固、验证求解分部积分方法的可靠性,让学生多练习、多熟悉.<br>案例 4 求 $\int \frac{1}{1+e^x} dx$ ;                      案例 5 求 $\int x \ln x dx$ ;<br>案例 6 求 $\int x^2 e^x dx$ ;                      案例 7 求 $\int \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ |    |    |
| 教师活动           | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动           | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 设计意图           | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 5         | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                               | 时长 | 10 |



|        |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| 评价-总结  |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 教师活动   | <div>1. 归纳总结</div> <div>对本次课主要内容框架进行总结。</div> <div>2. 评价（课后完成）</div> <div>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</div> <div>3. 布置课后作业与进阶任务</div> <div>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</div>        |  |  |
| 学生活动   | <div>1. 聆听，完成、自评、互评</div> <div>2. 明确本次课后必选作业</div> <div>3. 完成在线测验</div> <div>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</div> <div>4. 挑战进阶任务（可选项）</div>                                                                   |  |  |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                         |  |  |
| 设计意图   | <div>1. 课堂评价</div> <div>收集学生各环节的学习数据。</div> <div>2. 进阶任务</div> <div>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</div> <div>3. 拓展提高</div> <div>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</div> |  |  |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 教学效果   | 不定积分的定义与计算，是一元函数积分学的重要内容，本次课为复习课，通过此次课的设计，使学生对不定积分有了更深层次的认识，通过练习结果表明，学生基本掌握了不定积分的主要计算方法。                                                                                                                        |  |  |
| 教学特色   | 理论复习与案例练习相结合，同时借助手机软件辅助计算，使学生能够从繁杂的计算中解放出来，能够有更多精力投入到知识的实际应用中。                                                                                                                                                  |  |  |
| 反思与诊改  | 教学中，注重理论复习与案例练习相结合,同时应该注重学生自己归纳总结等能力的锻炼；                                                                                                                                                                        |  |  |

教学方案 20：定积分的概念与性质

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                               |                                                                                          |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 课程名称 | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 课程类别                                          | 公共必修课                                                                                    |
| 授课专业 | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 授课年级                                          | 大一(下学期)                                                                                  |
| 章节名称 | 项目四 任务3 定积分的概念与性质                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 计划学时                                          | 2 学时                                                                                     |
| 教学内容 | <p>本次课的内容为项目四中的任务3 “定积分的概念与性质”，主要内容是学习理解和掌握定积分的基本概念：<math>\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i</math>，了解其几何意义与其计算性质。本节教学时长2学时，主要研究学习定积分的基本定义与定积分的几何意义、运算</p>  <p>性质。</p> |                                               |                                                                                          |
|      | 知识目标                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 能力目标                                          | 素质目标                                                                                     |
|      | 1. 理解和掌握定积分的定义<br>2. 理解定积分的几何意义<br>3. 理解分割-求和-近似-取极限的定积分思想                                                                                                                                                                                                                                          | 1. 将宏观问题微观化的细节分析能力<br>2. 能够利用定积分的无限细分思想解决实际问题 | 培养学生由宏观思想到微观思维的转变、追求卓越的劳动精神和利用所学知识解决实际问题的能力                                              |
| 学情分析 | 优势                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                               | 劣势                                                                                       |
|      | 通过课前雨课堂对学生极限、不定积分相关的基础与能力在线测试结果显示：<br>1. 对极限与微分等知识有一定的了解<br>2. 具备一定的平面几何知识<br>3. 对近似替代、以直代曲等方法有所认                                                                                                                                                                                                   |                                               | 测试结果显示，学生存在不足有：<br>1. 对极限思想理解还不透彻<br>2. 抽象与逻辑推理能力、知识迁移能力有限<br>3. 对概念性知识的理解与运用于实践的能力还有待提升 |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                            |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 教学重点、<br>难点  | 知                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 如何利用极限理解无限细分求和的定积分思想，理解定积分的定义，是本次课面临的主要问题。 |
|              | 重点：1. 定积分的概念；<br>2. 定积分的基本思想的理解<br>难点：理解分割-求和-取极限的定积分思想                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                            |
| 教学过程<br>设计思路 | <p><b>课前:</b>课前根据学生实力均衡的原则，对学生进行分组，并通过雨课堂教学平台向学生推送微课、自建的精品资源课，共享课程内容相关资料，发布两个课前任务。学生完成任务后上传任务成果与方案，教师根据任务完成情况，分析学生现状，及时修订与确认教学方案。</p> <p><b>课中:</b>在课前任务基础上，以学生认知所熟悉的曲边梯形面积求解为导向，从典故“曹冲称象”开普勒等典故引入，激发学生兴趣。在教学中融入数学建模思想，以图片、动画、结合启发式问题导向创设情境，采用引导、探索、精讲、巩固、评价五个环节展开教学。针对定积分的几何意义与运算性质，引入wifi密码求解案例，激发学生兴趣，结合随堂测试情况了解学生的掌握情况，及时调整调整教学策略。</p> <p><b>课后:</b>布置必选作业的同时，鼓励学生挑战进阶任务，以为定积分思想的深入理解为目标，巩固提升学生的建模能力。学生通过平台复习、完成作业与在线测验，并可通过课程讨论模块进行师生个性化互动。</p> |                                            |
| 教学资源         | <ul style="list-style-type: none"> <li>数学工具(SPSS统计软件、Matlab建模工具、微软数学APP、wolframalpha在线平台)</li> <li>交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台</li> <li>自建《高等数学》精品资源在线课</li> <li>多媒体课件+智慧教室</li> <li>爱课程中国大学资源共享课：<a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a></li> <li>我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)：<a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a></li> </ul>                                                               |                                            |
| 教学策略<br>与方法  | <p>本节主要学习定积分的定义与相关性质，理论性较强。围绕教学重难点，采用情境教学、利用动画等动态定积分的分割-求和-取极限的思维，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，以曲边梯形面积的解决为载体组织教学，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、数形结合与极限思想能力有待提升等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对定积分的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。</p>                                                                                                                                                    |                                            |

### 教学活动安排-第 1 节课

| 步骤       | 教师活动                                                                                                                  | 学生活动                                                                                                            | 设计意图                                                                                                             | 时间(分钟)     |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 课前<br>准备 | <p>1. 课前两周，上传相关学习资源，并布置本次课的两个课前任务：</p> <p>【任务1】：通过雨课堂教学平台预习《定积分的概念与性质》课件、微课。</p> <p>【任务2】：以生活中不规则几何面积求解为例，比如水田、绿化</p> | <p>1. 预习定积分定义相关知识；</p> <p>2. 解决【任务2】</p> <p>小组查阅资料、预习，通过分析、讨论，初步设计与求解【任务2】的最佳方案；</p> <p>3. 小组完成后，上传任务成果与方案。</p> | <p>1. 巩固基础</p> <p>学生通过课前预习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。</p> <p>2. 准确了解学生状况</p> <p>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，从而及时修订教学方案，真</p> | 课前两周<br>布置 |



带、湖面面积等，分小组讨论解决方案。

## 2. 实时了解学生学习数据

查看学生课前学习数据，对课前学习数据进行实时统计。

## 3. 分析学情

查看学生上传的成果与任务方案，分析学生的现状，及时修订与确认教学方案。

正达到因材施教。

## 3. 拓展学习时间与空间

通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。

## 1. 问题引入

教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，从问题着手，激发学生的探索欲。

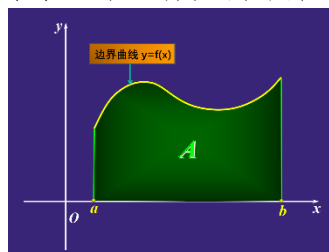
(1) 生活中不规则几何面积求解为例，比如水田、绿化带、湖面面积等不规则图形面积是如何计算的？

(2) 分割-求和-取极限的思维，在这里如何实现？

(3) 现实问题如何转化为数学建模问题？

## 2. 引导探索

结合课前任务，根据学生的知识结构，引导学生小组探究两个案



例

【案例1】曲边梯形的面积。通过问题驱动启发学生，小组探究：

(1) 能否直接求出面积的精确值？

## 1. 合作探究

针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。



## 2. 小组讨论

小组思考曲边梯形面积的求法，并回答问题：

(1) 能否直接给出面积的精确值？

(2) 用什么图形代替曲边梯形的面积？

(3) 猜想使用什么方法，能够使误差趋近于零？

## 1. 激发学习兴趣

结合实际问题与课前任务，提出三个问题，引导学生思考“用什么方法可以得到曲边梯形的面积近似值”，激发学生自主解决问题的兴趣；

## 2. 明确本次课的主要内容

明确本次课主要学习任务，通过两个案例的分析，使学生了解分割-求和-取极限的定积分元素法思维，为接下来定积分定义的学习奠定基础。



|                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| <div data-bbox="108 1480 165 1597" data-label="Page-Header"> <p>二、<br/>探索</p> </div> | <div data-bbox="220 98 558 259" data-label="Text"> <p>(2)用什么图形代替曲边梯形的面积？<br/>(3)猜想使用什么方法，能够使误差趋近于零？</p> </div> <div data-bbox="220 271 558 465" data-label="Figure"> </div> <div data-bbox="220 477 558 638" data-label="Text"> <p>【案例2】变速直线运动物体的路<br/>让学生分组讨论解决方案。</p> </div> <div data-bbox="220 645 378 678" data-label="Section-Header"> <p>3. 总结问题</p> </div> <div data-bbox="220 685 558 1010" data-label="Text"> <p>通过学生雨课堂教学平台的主要问题结论进行总结，发面学生主要存在两个问题：<br/>(1)一般曲边梯形如何分割？<br/>(2)对于运动路程问题，怎么分割？</p> </div> | <div data-bbox="595 1021 756 1055" data-label="Section-Header"> <p>1. 小组讨论</p> </div> <div data-bbox="595 1061 981 1223" data-label="Text"> <p>根据教师提出的问题，积极展开小组讨论，思考以直代曲、无限求和等方法对曲边梯形面积的求解。</p> </div> <div data-bbox="595 1229 756 1263" data-label="Section-Header"> <p>2. 认真听讲</p> </div> <div data-bbox="595 1283 986 1498" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="595 1518 981 1680" data-label="Text"> <p>认真听讲,老师讲解曲边梯形面积求解的一般思路，由直观图形动画，理解分割-求和-取极限的定积分思维</p> </div> <div data-bbox="595 1686 917 1720" data-label="Section-Header"> <p>3. 学生讨论：举一反三</p> </div> <div data-bbox="595 1727 981 1966" data-label="Text"> <p>以与案例1完全类似的方法，分组讨论，给出案例2的解决方法和步骤，加深对分割-近似-求和-取极限的理解，掌握定积分的基本定义。</p> </div> | <div data-bbox="1015 1104 1303 1137" data-label="Section-Header"> <p>1. 理论与实现的衔接</p> </div> <div data-bbox="1015 1144 1303 1429" data-label="Text"> <p>通过启发式讨论，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，对分割-求和-取极限的定积分思维有深层的认识。</p> </div> <div data-bbox="1015 1435 1238 1469" data-label="Section-Header"> <p>2. 解决教学重点</p> </div> <div data-bbox="1015 1476 1303 1680" data-label="Text"> <p>通过教师引导思考，讨论总结，归纳出定积分定义的关键步骤，感知定积分的定义。</p> </div> <div data-bbox="1015 1686 1303 1762" data-label="Section-Header"> <p>3. 培养学生举一反三的知识迁移能力</p> </div> <div data-bbox="1015 1769 1303 2054" data-label="Text"> <p>通过利用与案例1完全相似的方法，思考探索解决案例2，一方面加深学生对定积分思想的理解，另一方面培养学生举一反三的能力。</p> </div> | <div data-bbox="1417 1563 1449 1597" data-label="Page-Footer"> <p>10</p> </div> |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|

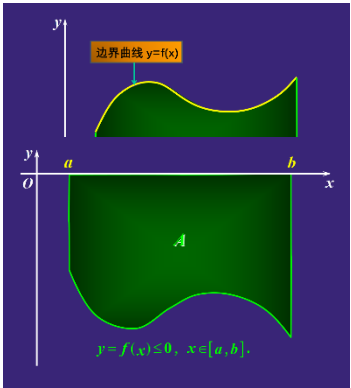
|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|          | 响？并对定积分概念的<br>细节进行精讲，培养学<br>生由特殊到一般的数学<br>思想。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
| 三、<br>精讲 | <p><b>1. 总结定积分定义</b><br/>教师由两个案例的<br/>结论，抽象、归纳总结<br/>出定积分定义。并演讲<br/>解定积分与不定积分的<br/>区别和注意事项。</p> <p><b>2. 练习巩固</b><br/>安排有针对性、有<br/>层次性的练习测验，并<br/>通过雨课堂教学平台发<br/>布随堂测试题，根据反<br/>馈信息讲解，巩固提升<br/>学生对新知识点的掌握<br/>情况。</p> <p><b>3. 引导学生思考定义几<br/>个问题</b><br/>(1) 分割的任意性；<br/>(2) 区间上取点的任意<br/>性；<br/>(3) 积分上下限之间的关<br/>系与交换。</p> <p><b>4. 知识点随堂测试</b><br/>总结定积分的几何<br/>意义，安排知识点的测<br/>验，巩固学生对新知识<br/>的掌握程度，并根据学<br/>生的测验情况，及时调<br/>整教学策略。</p> | <p><b>1. 听课、思考</b></p>  <p><b>2. 自由讨论，完成练习</b></p>  <p><b>3. 小组完成随堂测验</b><br/>利用微信雨课堂教学平<br/>台，完成随堂知识点小测<br/>验。</p>  | <p><b>1. 让学生系统掌握定<br/>积分的定义</b><br/>针对上一环曲边梯<br/>形的面积，结合定积<br/>分的定义，通过问题<br/>引入激发学生探索定<br/>义中的注意事项。</p> <p><b>2. 了解学生掌握情况</b><br/>通过雨课堂教学<br/>平台的随堂测验，及<br/>时了解学生知识点掌<br/>握情况，一方面巩固<br/>学生所学新知识，另<br/>一方面教师可根据学<br/>情及时调整教学策<br/>略，着力解决教学重<br/>点，全员进步。</p> <p><b>3. 课程思政</b><br/>通过几何意义的<br/>学习、小组讨论等环<br/>节活动的开展，培养<br/>学生由形象思维到抽<br/>象思维的提升，团队<br/>合作、归纳总结的思<br/>维能力。</p> | 8  |
| 四、<br>巩固 | <p><b>1. 引导学生总结提炼</b><br/>教师引导学生进一<br/>步讨论定积分可积性的<br/>意义。</p> <p><b>2. 定积分存在的充分条<br/>件</b><br/>教师根据学生讨论情<br/>况，通过动画，结合定积<br/>分的定义提炼出：<br/>(1) 函数可积的第一充分<br/>条件(连续)；<br/>(2) 第二充分条件(有界<br/>且只有有限个第一类间<br/>断点)。</p> <p><b>3. 教师引导讨论并下场<br/>指导</b><br/>教师引导学生独立</p>                                                                                                                                                                          | <p><b>1. 小组讨论</b><br/>结合定积分的定义，根<br/>据问题要求，进行深入分<br/>析，展开讨论。</p> <p><b>2. 总结提炼</b><br/>经过深入分析，发现定<br/>积分的存在性与被积函数<br/>的连续性有关。</p> <p><b>3. 认真听讲</b><br/>认真听讲，思考。</p> <p><b>4. 完成知识点的随堂测验</b></p>                                                                                                                                                                          | <p><b>1. 提炼可积的充分条<br/>件</b><br/>完成定积分的定<br/>义学习之后，进一步<br/>探讨函数积分存在的<br/>条件，通过可积的两<br/>个充分条件，使学生<br/>深入理解定积分的定<br/>义。</p> <p><b>2. 培养学生探索、发<br/>现的能力</b><br/>通过本环节的设<br/>计培养学生探索发<br/>现、巩固由形象思维<br/>到抽象思维的思考能<br/>力。</p> <p><b>3. 课程思政</b></p>                                                                                                                               | 15 |



|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                   |   |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 五、<br>评价<br>小结 | <p>思考与合作学习相结合，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学。</p> <p><b>4. 调整策略</b></p> <p>根据学生掌握情况，有效调整教学策略，尽量达到课堂问题当堂解决。</p>                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                         | <p>通过任务合作、随堂测验环节的设计，推进全员进步，培养学生崇尚劳动，在已有能力下，不断追求卓越的劳动精神。</p>                                                                                                                                                       |   |
|                | <p><b>1. 归纳总结</b></p> <p>教师对本节课所学内容进行小结，对“以直代曲、极限逼近”等思想进一步梳理，引导学生重点掌握。</p> <p><b>2. 评价</b></p> <p>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 课后提升：</b></p> <p>布置三个问题：</p> <p>(1) 曲边梯形的面积，与边界“曲边”之间有何关系？</p> <p>(2) 当被积函数的值小于零时，该积分在几何图形上又表示什么呢？</p> <p>(3) 定积分在几何图形上，表示什么？</p> | <p><b>1. 聆听，完成、自评、互评</b></p> <p><b>2. 思考三个问题，完成任务</b></p> <p><b>3. 总结提升</b></p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>根据学生各环节的学习数据分析，有针对性地给出学习建议。</p> <p><b>2. 为下一堂课作铺垫</b></p> <p>通过小组思考与完成这三个问题，引出下一堂课的学习内容，为后续学习奠定基础。</p> <p><b>3. 检验提高技能</b></p> <p>完成思考问题的同时，在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> | 2 |

课间休息10分钟
 设置简单思考问题供有兴趣的同学思考，教师根据上次课的线上、线下作业记录和本次课掌握情况，与相应学生当面座谈，了解学生遇到的困难，必要时做好记录，以便改进教学。

| 教学活动安排-第 2 节课 |                                                                                                                                  |                                                                                                 |                                                                                                                                  |        |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 步骤            | 教师活动                                                                                                                             | 学生活动                                                                                            | 设计意图                                                                                                                             | 时间(分钟) |
| 思考问题          | <p>1. 结合前一节课的学习内容，设置以下三个问题：</p> <p>【问题1】：曲边梯形的面积，与边界“曲边”之间有何关系？</p> <p>【问题2】：当被积函数的值小于零时，该积分在几何图形上又表示什么呢？</p> <p>【问题3】：定积分在几</p> | <p>1. 思考教师设置的三个问题，小组讨论；</p> <p>2. 小组结合曲边梯形面积与定积分的定义，总结归纳定积分与平面面积之间的关系；</p> <p>3. 小组讨论，师生互动。</p> | <p><b>1. 巩固已学</b></p> <p>通过三个问题的思考与讨论，进一步探讨定积分的几何意义。</p> <p><b>2. 引导思考</b></p> <p>通过问题的初步解决，引导学生将曲边梯形的面积与定积分的定义相结合，引出定积分的几何意</p> | 课间     |

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                            |    |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|          | <p>何图形上，表示什么？</p> <p><b>2. 查看学习数据</b></p> <p><b>3. 了解学情</b></p> <p>查看学生上传的成果与任务方案，分析学生的现状，及时修订与确认教学方案。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>义。</p> <p><b>3. 准确了解学生状况</b></p> <p>结合学生的问题回答情况，了解学生现状，有针对性的开展教学，达到因材施教。</p> <p><b>4. 拓展学习时间与空间</b></p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p> |    |
| 一、<br>引导 | <p><b>1. 问题导入</b></p> <p>对学生课前在平台互动中提出的问题进行总结，从问题着手，激发学生的探索欲：</p> <p><b>【问题1】：</b>曲边梯形的面积，与边界“曲边”之间有何关系？</p>  <p><b>【问题2】：</b>当被积函数的值小于零时，该积分在几何图形上又表示什么呢？</p> <p><b>【问题3】：</b>定积分在几何图形上，表示什么？</p> <p><b>2. 引导讨论</b></p> <p>学生小组合作探究，思考三个问题，并下场指导。</p> <p><b>3. 总结问题</b></p> <p>通过学生雨课堂教学平台的主要问题结论进行总结。</p> |  <p><b>1. 合作探究</b></p> <p>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p> <p><b>2. 小组讨论</b></p> <p>小组思考曲边梯形面积的求法，并回答问题：</p> <p>(1) 曲边梯形的面积与“曲边”之间的关系是什么？</p> <p>(2) 积分区内被积函数值小于零，则几何图形上表示什么？</p> <p>(3) 定积分的几何意义？</p>  | <p><b>1. 激发学生的探索欲</b></p> <p>通过三个相关问题，引导学生思考，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p><b>2. 明确方向</b></p> <p>明确本次课主要学任务，使学生基本明确学习内容，从而有目的地学习。</p>              | 5  |
| 二、<br>探索 | <p><b>1. 教师主导</b></p> <p>引导启发学生思考定积分的几何意义中的几种不同情况。</p> <p><b>2. 整理步骤-精讲原理</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p><b>1. 小组讨论</b></p> <p>根据教师提出的问题，积极展开小组讨论，思考以直代曲、无限求和等方法对曲边梯形面积的求解。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p><b>1. 理论与实现的衔接</b></p> <p>通过启发式讨论，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过</p>                                                                         | 10 |

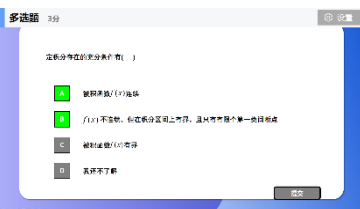
教师根据学生的讨论情况，通过多媒体图像、动画演示，直观形象模拟讲解，使学生观察到被积函数值大于零的情况下所对应的定积分几何意义，并详细讲解。

### 3. 引导思考情形2与情形3

引导学生根据情形1相似的情况，小组讨论被积函数小于零、一般情况下所对应定积分的几何意义，培养学生知识迁移的能力，培养学生由特殊到一般的数学思想，加深对定积分几何意义的理解。

### 4. 知识点随堂测验

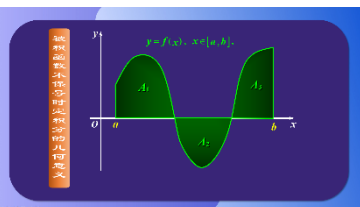
总结定积分的几何意义，并安排知识点的测验，巩固学生对新知识的掌握程度，并根据学生的测验情况，及时



调整教学策略。

### 1. 总结一般情况的几何意义

教师根据学生的讨论情况，抽象、归纳总结出定积分的几何意义。并通过多媒体动画



演示讲解。

### 2. 运用几何意义简化计算

安排有针对性的例题结合图演示像讲解，使学生初步掌握运用定积分



### 2. 认真听讲



认真听老师讲解由曲边梯形面积与定积分的定义所引导出来的定积分几何意义第一种情形，由直观图形动画，理解几何意义。

### 3. 学生讨论：举一反三

以与情形1完全类似的方法，分组讨论情形2，得出一般情况下定积分的几何意义。

### 4. 完成随堂小测试



程，对分割-求和-取极限的定积分思维有深层的认识。

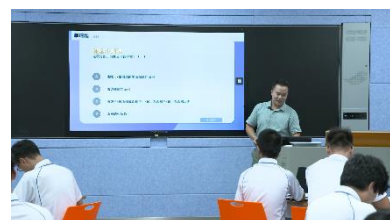
### 2. 解决教学重点

通过教师引导思考，讨论总结，归纳出定积分定义的关键步骤，感知定积分的定义。

### 3. 培养学生举一反三的知识迁移能力

通过利用与情形1相似的方法，思考探索解决情形2与情形3，一方面加深学生对定积分几何意义的理解，另一方面培养学生举一反三的能力。

### 1. 听课、思考



### 2. 自由讨论，完成小组课中任务

### 3. 小组完成随堂测验

利用微信雨课堂教学平台，完成随堂知识点小测验。

### 1. 让学生系统掌握定积分的几何意义

针对上一环曲边梯形的面积，结合定积分的定义，总结出定积分的几何意义，通过练习巩固进而使学生掌握几何意义。

### 2. 了解学生掌握情况

通过雨课堂教学平台的随堂测验，及时了解学生知识点掌握情况，一方面巩固学生所学新知识，另一方面教师可根据学情及时调整教学策略，着力解决教学重点，全员进步。



分的几何意义简化积分计算的原理与方法。



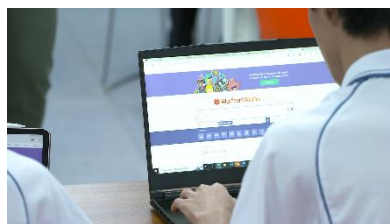
### 3. 练习巩固-课中任务 1

根据例题相似方法，完成小组课中任务，练习巩固定积分的几何意义的应用。



### 4. 知识点随堂测试

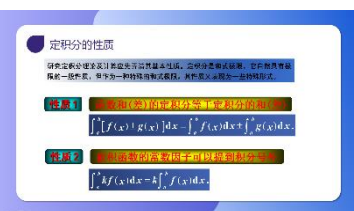
并通过雨课堂教学平台发布随堂测试题，根据反馈信息讲解，巩固提升学生对新知识的掌握情况。



### 3. 课程思政

通过几何意义的学习、小组讨论等环节活动的开展，培养学生由形象思维到抽象思维的提升，团队合作、归纳总结的思维能力。

### 1. 引导学生总结提炼



根据定积分实际上为特殊和式的极限，从极限的运算性质，总结归纳出定积分的线性运算性质 1 与性质 2。

### 2. 引导思考、讲解

教师根据学生讨论情况，通过动画，结合定积分的几何定义演示讲解定积分的常用运算性质。

### 3. 例题+课中任务 2

教师引导学生独立

### 1. 小组讨论

结合定积分的定义，根据问题要求，进行深入分析，展开讨论。

### 2. 总结提炼

经过深入分析，发现定积分的存在性与被积函数的连续性有关。

### 3. 认真听讲

认真听讲，思考

### 4. 完成知识点的随堂测验



### 1. 提炼可积的充分条件

完成定积分的定义学习之后，进一步探讨函数积分存在的条件，通过可积的两个充分条件，使学生深入理解定积分的定义。

### 2. 培养学生探索、发现的能力

通过本环节的设计培养学生探索发现、巩固由形象思维到抽象思维的思考能力。

### 3. 课程思政

通过任务合作、随堂测验环节的设

## 四、巩固

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                    |   |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
|                  | 思考与合作学习相结合，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学。<br><b>4. 随堂小测验，调整策略</b><br>根据学生掌握情况，有效调整教学策略，尽量达到课堂问题当堂解决。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                      | 计，推进全员进步，培养学生崇尚劳动，在已有能力下，不断追求卓越的劳动精神，                                                                                                                                              |   |
| 五、<br>课堂<br>小结   | <b>1. 归纳总结</b><br>教师对本节课所学内容进行小结，对“以直代曲、极限逼近”等思想进一步梳理，引导学生重点掌握。<br><b>2. 评价</b><br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br><b>3. 课后提升：</b><br>布置必选作业的同时，小组分析定积分的几何意义求解定积分过程，加深学生对定积分运算性质和几何意义的理解。                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>1. 聆听，完成、自评、互评</b><br><b>2. 思考三个问题，完成任务</b><br><b>3. 总结提升</b><br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。 | <b>1. 课堂评价</b><br>根据学生各环节的学习数据分析，有针对性地给出学习建议。<br><b>2. 为下一堂课作铺垫</b><br>通过小组思考与完成开放题，引出下一堂课的学习内容，为后续学习奠定基础。<br><b>3. 检验提高技能</b><br>完成必选作业的同时，在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供个性化拓展思路，进一步巩固所学内容。 | 2 |
| 教学<br>评价         | 过程性评价+拓展性评价相结合：<br>考核评价根据课前、课中、课后任务完成情况，课堂考勤，以及学生自评、小组互评、教师评价等方面对学生进行多维综合评价。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                    |   |
| 课后作业布置： 线上练习+测试题 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                    |   |
| 课后反思             | <b>1. 特色创新</b><br>(1) 从实际案例“曲边梯形面积”、“变速直线运动物体的路程”等实际案例，同时利用图片、动画展示定积分的分割-求和-取极限思想，使学生直观理解定积分思想基本原理，这是学生正确理解定积分定义的基础；让学生深刻理解“分割求和”和定积分思想，从而掌握定积分与不定积分的本质区别。<br>(3) 结合雨课堂、学习通线上平台混合教学，实现教学过程信息采集，教学评价多维立体，实现过程性评价与拓展性评价结合，科学合理评价学生情况，实时了解学生掌握情况，调整教学策略。<br><b>2. 课程思政</b><br>(1) 通过实际案例引入定积分的定义，并将“曹冲称象”、“物理学家开普勒”等典故融入课程思政元素，提高学生文化自信；<br>(2) 通过从实际案例“曲边梯形面积”、“变速直线运动物体的路程”等实际案例，让学生深刻理解“分割求和”和定积分思想，培养学生不畏艰难，追求卓越的劳动精神，提高数学学习的自信心；<br>(3) 通过多媒体动画动态展示微元法，使学生直观定积分的思想，培养学生由形象思 |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                    |   |

维到抽象思维升华、由宏观到微观的细节观察能力，融合团队与理性平和做事的人格品德；

### 3. 教学效果

- (1) 定积分的本质是“分割求和取极限”，与不定积分的定义完全不同，通过本次课的教学设计，使学生从本质上理解定积分基本思想，并且通过“曹冲称象”典故融入课程思政元素，培养学生的爱国情怀和文化自信，教学效果良好。
- (3) 课堂上通过wifi密码等案例讲解几何意义，学生兴趣提高，回答问题踊跃积极，各项能力得到有提升。

### 4. 反思诊改

- (1) 应注意的地方：  
在以往的教学中，发现有部分学生对定积分思想方法理解不够深刻，只停留在记忆“四步曲”上，这使学生在后续利用定积分解决实际问题时会出现困难。所以在教学设计时，注意问题设置的逻辑性，在探究环节引导学生深刻体会定积分“分割-求和-无限逼近”的思想。
- (2) 定积分的基本定义比较抽象和枯燥，在教学中可以考虑通过实际案例，比如定积分求解wifi密码等激发学生的学习兴趣。



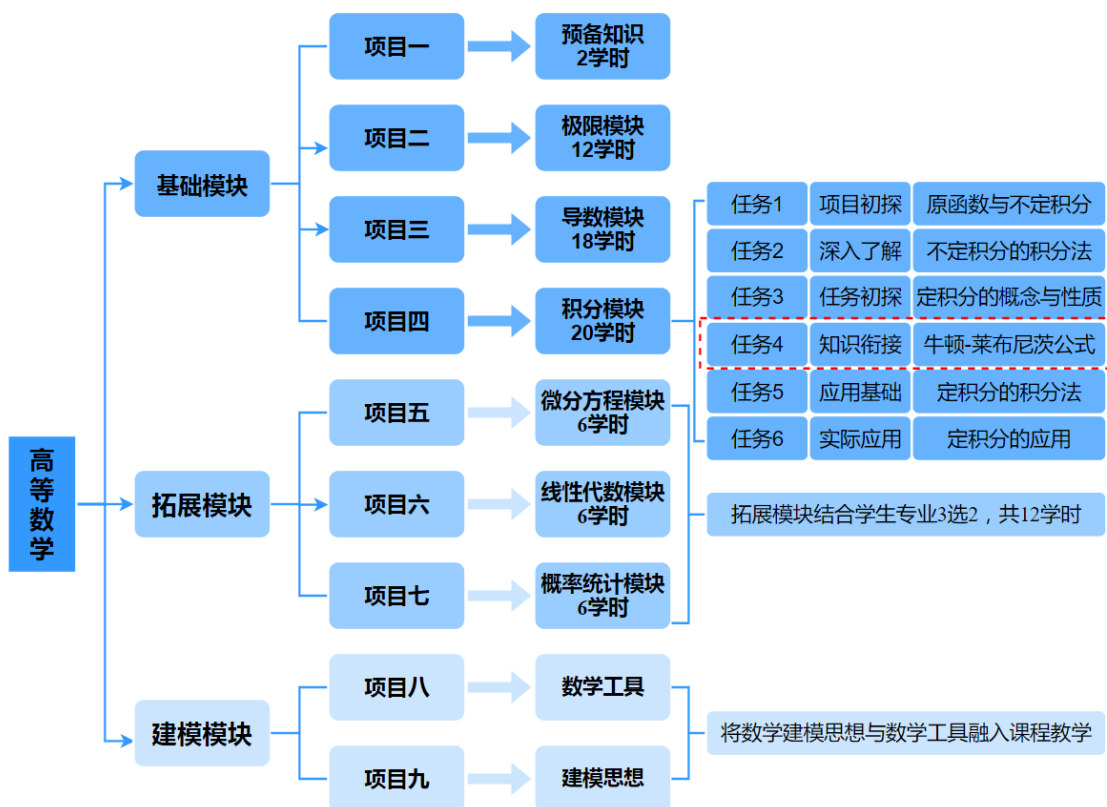
## 教学方案 21：牛顿-莱布尼茨公式

|      |                   |      |         |
|------|-------------------|------|---------|
| 课程名称 | 高等数学              | 课程类别 | 公共必修课   |
| 授课专业 | 建筑工程技术专业          | 授课年级 | 大一(下学期) |
| 章节名称 | 项目四 任务4 牛顿-莱布尼茨公式 | 计划学时 | 2学时     |

本次课的内容为项目四中第4模块“牛顿-莱布尼茨公式”，主要任务是认识积分上限函数  $\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ ，以及牛顿-莱布尼茨公式(微积分基本定理)：

$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  的基本内容与应用。这次课教学单元时长2学时，主要学习积分上限函数及其性质、牛顿-莱布尼茨公式。

### 教学内容



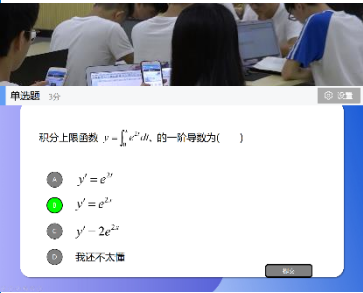
|      | 知识目标                                                                           | 能力目标                                                                  | 素质目标                                         |
|------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 任务目标 | 1. 理解积分上限函数的定义与性质<br>2. 理解原函数与定积分的关系<br>3. 理解牛顿-莱布尼茨公式                         | 1. 培养学生通过已有知识探索发现未知事物的能力<br>2. 从特殊到一般的总结归纳能力                          | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、团队合作能力和利用所学知识解决实际问题的能力 |
|      | 优势                                                                             | 劣势                                                                    |                                              |
| 学情分析 | 1. 学习了定积分的定义，对分割-求和-取极限的定积分思想已有所认识<br>2. 已经掌握了微分、原函数等知识<br>3. 有一定的归纳总结能力和软件操作基 | 1. 对极限思想理解还不透彻<br>2. 抽象与逻辑推理能力、知识迁移能力有限<br>3. 对概念性知识的理解与运用于实践的能力还有待提升 |                                              |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                       |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|              | 础                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 如何利用学生的逻辑推理能力，结合微分与原函数的定义，理解认识积分上限函数及其性质，是本次课面临的主要问题。 |
| 教学重点、<br>难点  | <b>重点：</b> 积分上限函数的概念与性质；<br><b>难点：</b> 通过积分上限函数理解定积分与微分的关系                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                       |
| 教学过程<br>设计思路 | <p><b>课前：</b>课前根据学生实力均衡的原则，对学生进行分组，并通过雨课堂教学平台向学生推送微课、自建的精品资源课，共享课程内容相关资料，发布两个课前任务。学生完成任务后上传任务成果与方案，教师根据任务完成情况，分析学生现状，及时修订与确认教学方案。</p> <p><b>课中：</b>在教学中融入数学建模思想，采用图片、动画、结合启发式问题导向创设情境，采用引导、探索、精讲、巩固、评价五个环节展开教学。同时利用雨课堂教学平台授课，达到教学全过程信息采集。在课前任务基础上，对比分割-近似-求和-取极限的定积分定义法求解积分的问题，创设问题情境，结合学生所熟知的变速直线运动物体路程与定积分的关系，引导学生进一步思考，探索发现与总结归纳，初步得到猜想结果，然后引入积分上限函数，进一步验证猜想。</p> <p>针对每个知识设计相应的随堂测验，实现教与练的有机结合，根据测验情况了解学生的掌握情况，及时调整调整教学策略，达到全员进步。调动学生数学学习积极性，培养学生追求卓越的劳动精神。最后采用多元过程性评价方式，对学生进行横纵结合的学习评价，并给出合理的学习建议。</p> <p><b>课后：</b>布置思考题，为下一节课的内容学习做好铺垫。学生通过雨课堂教学平台互动与在线测验，师生进行个性化互动，教师对学生的学数据实时监测统计。</p> |                                                       |
| 教学资源         | <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 数学工具(SPSS统计软件、Matlab建模工具、微软数学APP、wolframalpha在线平台)</li> <li>◇ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台</li> <li>◇ 自建《高等数学》精品资源在线课</li> <li>◇ 多媒体课件+智慧教室</li> <li>◇ 爱课程中国大学资源共享课：<a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a></li> <li>◇ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)：<a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a></li> </ul>                                                                                                                                                                                              |                                                       |
| 教学策略<br>与方法  | <p>本节主要学习积分上限函数以及原函数与定积分的关系，理论性较强。围绕教学重难点，采用情境教学、利用动画等动态定积分的分割-求和-取极限的思维，依据以雨课堂教学平台等信息技术为手段，针对传统数学课堂学生“学困率”高、数形结合与极限思想能力有待提升等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对积分上限函数难以理解的难点。将数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                       |

### 教学活动安排-第 1 节课

| 步骤       | 教师活动                                                                                                  | 学生活动                                                                            | 设计意图                                                                                      | 时间(分钟) |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 课前<br>准备 | 1. 课前两周，上传相关学习资源，并布置本次课的三个课前任务：<br><b>【任务1】：</b> 通过雨课堂教学平台预习《牛顿莱布尼茨公式》课件、微课。<br><b>【任务2】：</b> 结合定积分的定 | 1. 预习本节相关知识；<br><b>2. 解决【任务2】</b><br>小组查阅资料、预习，通过分析、讨论，初步设计与求解【任务2】和【任务3】的最佳方案； | <b>1. 巩固基础</b><br>学生通过课前预习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。<br><b>2. 准确了解学生状况</b><br>结合课前任务的完成情况，准确了解 | 课前两周布置 |

|                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                         |          |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
|                                  | <p>义，思考解决积分 <math>\int_0^1 x^2 dx</math> 的计算方法与过程。</p> <p><b>【任务3】</b> 小组讨论变速直线运动的路程与速度之间的关系，并归纳总结一般性结论。</p> <p><b>2. 实时了解学生学习数据</b><br/>查看学生课前学习数据，对课前学习数据进行实时统计。</p> <p><b>3. 分析学情</b><br/>查看学生上传的成果与任务方案，分析学生的现状，及时修订与确认教学方案。</p>                                                                                                                                                                                         | <p><b>3. 小组完成后，上传任务成果与方案。</b></p>                                                                                                                                                                      | <p>学生的现状，从而及时修订教学方案，真正达到因材施教。</p> <p><b>3. 拓展学习时间与空间</b><br/>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p>                                                                                                               |          |
| <p>一、<br/>引导<br/>(问题<br/>引入)</p> | <p><b>1. 创设情境</b><br/>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，结合课前任务，提出三个问题，小组讨论，激发学生的探索欲。</p> <p>(1) 课前任务 <math>\int_0^1 x^2 dx</math> 的分割-近似-求和-取极限四步法计算，是否存在困难？</p> <p>(2) 导数与积分之间，会不会存在一些内在联系呢？</p> <p>(3) 由【任务3】你们小组总结了什么样的一般性结论？</p> <p><b>2. 引导探索</b></p> <div data-bbox="212 1400 612 1624"> </div> <p>引导学生小组探究、总结归纳。变速直线运动物体的路程与速度之间的关系。</p> <p><b>3. 总结问题</b><br/>通过学生雨课堂教学平台的主要结论进行归类、总</p> <div data-bbox="212 1892 612 2101"> </div> | <p><b>1. 合作探究</b><br/>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p> <p><b>2. 小组讨论</b><br/>小组思考变速直线运动物体的路程与速度之间的内在联系，并回答问题。</p> <div data-bbox="628 1332 989 1541"> </div> <p><b>3. 上传讨论结果</b><br/>通过雨课堂教学平台完成做答，上传结论。</p> | <p><b>1. 激发学习兴趣</b><br/>结合实际问题与课前任务，提出三个问题，通过定义法求解积分的困难之处，引导学生思考“是否有寻找简单计算方法的需要？”，激发学生的探索欲。</p> <p><b>2. 明确本次课的主要内容</b><br/>明确本次课主要学习任务，通过小组分析，使学生了解定积分的定义法计算是存在很大困难的，需要寻求简单的计算方法，为接下来本节课内容的学习做好铺垫。</p> | <p>5</p> |

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|          | 结。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
| 二、<br>探索 | <p><b>1. 引导学生合作探究</b><br/>引导启发学生思考解决两个问题：</p> <p>1. 定义法求积分的难度；</p> <p>2. 变速直线运动物体的路程与速度关系得到原函数与定积分之间存在什么样的联系？</p> <p><b>2. 原理讲解</b><br/>教师根据学生的讨论情况，通过多媒体图像、动画演示，直观形象模拟讲解，使学生形成对变速直线运动物体路程问题的再认识，分析原理，总结出定积分计算与原函数之间的关系。</p> <p><b>3. 猜想一般性结论</b><br/>通过讲解路程与速度之间的关系，最后的结论：</p> $S = \int_a^b v(t)dt = S(b) - S(a)$ <p>并猜想：结论是否可以一般化？即定积分的计算可以转化为原函数差值的计算？</p> <p><b>4. 引入新的概念-积分上限函数</b><br/>教师由两个案例的结论，抽象、归纳总结出定积分定义。并演讲解定积分与不定积分的区别和注意事项。</p> <p><b>5. 设置知识点随堂小测验</b></p> | <p><b>1. 小组讨论</b><br/>根据教师提示，小组思考解决两个问题：</p> <p>1. 定义法求积分的难度；</p> <p>2. 原函数与定积分之间存在什么样的联系？</p> <p><b>2. 认真听讲</b><br/>认真听讲，并思考。由直观图形动画，理解定积分与原函数之间存在的内在联系。</p>  <p><b>3. 完成随堂测验</b><br/>通过雨课堂教学平台完成做答，完成简单测试。</p> | <p><b>1. 理论与实现的衔接</b><br/>通过启发式讨论，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，对分割-求和-取极限的定积分思维有深层的认识。</p> <p><b>2. 引出学习重点</b><br/>通过教师引导思考，讨论总结，归纳出定积分与原函数之间可能存在的内在联系，感知定积分与原函数的关系，引出下一学习内容-积分上限函数。</p> <p><b>3. 培养学生观察、总结能力</b><br/>通过思考探索解决思考问题，一方面加深学生对定积分思想的理解，另一方面培养观察事物、总结归纳的学习能力。</p> | 10 |
| 三、<br>精讲 | <p><b>1. 积分上限函数的性质与应用</b><br/>教师演示讲解积分上限函数的性质、几何意义与简单应用，使学生进一步深入了解本节重点内容。</p> <p><b>2. 练习巩固-课中任务</b><br/>安排有针对性、有层次性的练习测验，并通过雨课堂教学平台发布随堂测试题，根据反馈信息讲解，巩固提升学生对新知识点的掌握情况。</p> <p><b>3. 引导学生思考</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p><b>1. 听课、思考</b></p> <p><b>2. 自由讨论，完成练习</b></p> <p><b>3. 小组完成随堂测验</b></p>  <p>利用微信雨课堂教学平台，完成随堂知识点小测验。</p>                                                                                                    | <p><b>1. 巩固重点内容</b><br/>针对积分上限函数的性质与应用，通过讲解-练习-提升，一方面巩固学生对知识点的掌握，另一方面通过问题情境创设，激发学生探索原函数与定积分之间的内在联系。</p> <p><b>2. 了解学生掌握情况</b><br/>通过雨课堂教学平台的随堂测验，及时了解学生知识点掌</p>                                                                                                             | 10 |



|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                | <p>原函数与积分上限函数之间的关系说明什么？</p> <p><b>4. 知识点随堂测试</b></p> <p>总结积分上限函数与应用，并安排知识点的测验，巩固学生对新知识的掌握程度，并根据学生的测验情况，及时调整教学策略。</p>                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>握情况，一方面巩固学生所学新知识，另一方面教师可根据学情及时调整教学策略，着力解决教学重点，全员进步。</p> <p><b>3. 课程思政</b></p> <p>通过性质几何意义的学习、小组讨论等环节活动的开展，培养学生由形象思维到抽象思维的提升，团队合作、归纳总结的思维能力。</p>                                                                                            |    |
| 四、<br>巩固       | <p><b>1. 引导学生总结提炼</b></p> <p>根据上一环节设置的思考问题：原函数与积分上限函数之间存在何种联系？引导学生提炼出要点。</p> <p><b>2. 教师引导讨论并下场指导</b></p> <p>教师引导学生独立思考与合作学习相结合，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学。</p> <p><b>3. 引出原函数存在性定理</b></p> <p>教师根据学生讨论情况，结合定积分的定义提炼出：</p> <p>(1) 积分上限函数的导数；</p> <p>(2) 连续函数的原函数存在性定理。</p> <p><b>4. 调整策略</b></p> <p>根据学生掌握情况，有效调整教学策略，尽量达到课堂问题当堂解决。</p> | <p><b>1. 小组讨论</b></p> <p>结合积分上限函数的定义，根据问题要求，进行深入分析，展开讨论。</p>  <p><b>2. 总结提炼</b></p> <p>经过深入分析，发现定积分的存在性与被积函数的连续性有关，积分上限函数可以看作是 <math>f(x)</math> 的原函数。</p> <p><b>3. 认真听讲</b></p> <p>认真听讲，思考。</p> <p><b>4. 完成知识点的随堂测验</b></p> | <p><b>1. 提炼原函数与积分上限函数的联系</b></p> <p>完成原函数定义与性质学习之后，进一步探讨原函数与积分之间的联系，使学生深入理解积分上限函数的重要性。</p> <p><b>2. 培养学生探索、发现的能力</b></p> <p>通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思维能力。</p> <p><b>3. 课程思政</b></p> <p>通过任务合作、随堂测验环节的设计，推进全员进步，培养学生崇尚劳动，在已有能力下，不断追求卓越的劳动精神。</p> | 10 |
| 五、<br>评价<br>小结 | <p><b>1. 归纳总结</b></p> <p>教师对本节课所学内容进行小结，对积分上限函数与原函数之间的关系进一步梳理，引导学生重点掌握。</p> <p><b>2. 评价</b></p> <p>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 课后提升：</b></p>                                                                                                                                            | <p><b>1. 聆听，完成、自评、互评</b></p> <p><b>2. 思考三个问题，完成任务</b></p> <p><b>3. 总结提升</b></p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p>                                                                                                                                                                                        | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>根据学生各环节的学习数据分析，有针对性地给出学习建议。</p> <p><b>2. 为下一堂课作铺垫</b></p> <p>通过小组思考与完成这三个问题，引出下一堂课的学习内容，为后续学习奠定基础。</p> <p><b>3. 检验提高技能</b></p>                                                                                       | 5  |

|  |                                                                                                 |  |                                                    |  |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------|--|
|  | 布置三个问题：<br>(1) 积分上限函数是否可以看作是原函数？<br>(2) 如果用原函数的方法来计算定积分，最重要因素是什么？<br>(3) 牛顿-莱布尼茨公式与积分上限函数有什么关系？ |  | 完成思考问题的同时，在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |  |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------|--|

课间休息10分钟  
 设置简单思考问题供有兴趣的同学思考，教师根据上次课的线上、线下作业记录和本次课掌握情况，与相应学生当面座谈，了解学生遇到的困难，必要时做好记录，以便改进教学。

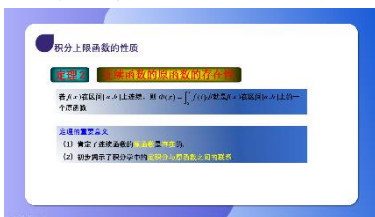
教学活动安排-第 2 节课

| 步骤                 | 教师活动                                                                                                                                                                                                                                                    | 学生活动                                                                                                                                                                                   | 设计意图                                                                                                                                                                       | 时间(分钟) |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 思考问题               | <p>1. 结合前一节课的学习内容，设置以下三个问题：</p> <p>(1) 积分上限函数是否可以看作是原函数？</p> <p>(2) 如果用原函数的方法来计算定积分，最重要因素是什么？</p> <p>(3) 牛顿-莱布尼茨公式与积分上限函数有什么关系？</p> <p>2. 实时了解学生学习数据</p> <p>查看学生回答情况和前一节课的随堂测验等学习数据实时监测统计。</p> <p>3. 分析学情</p> <p>根据雨课堂教学平台数据反馈，分析学生的现状，及时修订与确认教学方案。</p> | <p>1. 思考三个问题</p> <p>思考教师设置的三个问题，小组讨论。</p> <p>2. 总结提炼</p> <p>小组结合曲边梯形面积与定积分的定义，总结归纳定积分与平面面积之间的关系。</p> <p>3. 小组讨论，师生互动。</p>                                                              | <p>1. 巩固基础</p> <p>学生通过课前预习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。</p> <p>2. 准确了解学生状况</p> <p>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，从而及时修订教学方案，真正达到因材施教。</p> <p>3. 拓展学习与空间</p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p> | 课间     |
| 一、<br>引导<br>(问题引入) | <p>1. 问题导入</p> <p>对学生课前在平台互动中提出的问题进行总结，从问题着手，激发学生的探索欲：</p> <p>(1) 积分上限函数是否可以看作是原函数？</p> <p>(2) 如果用原函数的方法来计算定积分，最重要因素是什么？</p> <p>(3) 牛顿-莱布尼茨公式与积分上限函数有什么关系？</p>                                                                                          | <p>1. 合作探究</p> <p>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p> <p>2. 小组讨论</p> <p>小组思考变速直线运动物体的路程与速度之间的内在联系，并回答问题</p>  | <p>1. 激发学习兴趣</p> <p>结合实际问题与课前任务，提出三个问题，通过原函数与积分上限之间的关系，思考总结出原函数与定积分之间的内在联系，激发学生的探索欲。</p> <p>2. 引入重点</p> <p>明确本次课主要学习任务，通过小组分析，使学生初步了</p>                                   | 5      |



## 2. 引导探索

引导学生结合原函数的定义小组探究、总结归纳原函数与定积分之间的联系。



联系。

## 3. 总结问题

通过学生雨课堂教学平台的主要结论进行归类、总结。

题。

## 3. 上传小组讨论结果

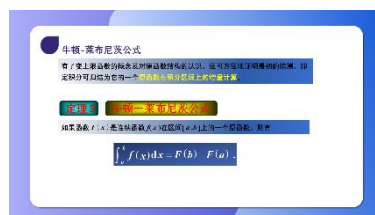
通过雨课堂教学平台完成做答，上传结论。

解定积分与原函数之间存在某种联系，进而引入本节课的重点学习内容：牛顿-莱布尼茨公式。

## 1. 引导学生合作探究

引导启发学生思考解决两个问题：

1. 积分上限函数与原函数的关系；
2. 牛顿-莱布尼茨公式与积分上限函数之间有什么关系吗？



## 2. 原理讲解

教师根据学生的讨论情况，通过多媒体演示、直观形象模拟讲解，使学生认识和理解牛顿-莱布尼茨公式，总结出定积分计算与原函数之间的关系：即连续函数的定积分可利用其原函数在积分区间上的差值来计算。

## 3. 总结原函数与定积分的关系

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

结合牛顿莱由尼茨公式讲解原函数与定积分计算之间的关系。使学生理解定积分的求解，与微分之间的互逆关系，培养逆向思维能力。

## 1. 小组讨论

根据教师提示，小组思考解决两个问题：

1. 积分上限函数与原函数的关系；
2. 牛顿-莱布尼茨公式与积分上限函数之间的关系；

## 2. 认真听讲

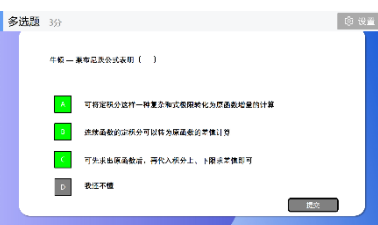
认真听讲，并思考。由直观图形动画，理解定积分与原函数之间存在的



内在联系。

## 3. 完成随堂测验

通过雨课堂教学平台完成做答，完成简单测



试。

## 1. 理论与实现的衔接

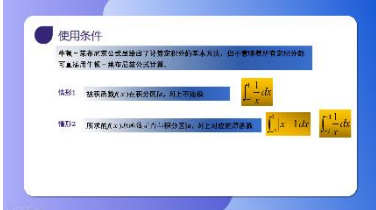
通过启发式讨论，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，对分割-求和-取极限的定积分思维有深层的认识。

## 2. 引出学习重点

通过教师引导思考，讨论总结，归纳出定积分与原函数之间可能存在的内在联系，感知定积分与原函数的关系，引出下一学习内容-积分上限函数。

## 3. 培养学生观察、总结能力

通过思考探索解决思考问题，一方面加深学生对定积分思想的理解，另一方面培养观察事物、总结归纳的学习能力。

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|          | <p><b>4. 设置知识点随堂小测验</b></p> <p><b>1. 公式的应用</b><br/>教师演示讲解牛顿-莱布尼茨公式的具体使用方法，使学生了解到定积分的计算可转化为原函数差值的计算，大大简化难度，使学生进一步深入了解本节重点内容。</p> <p><b>2. 安排课中任务</b><br/>安排有针对性、有层次性的课中练习任务，并通过雨课堂教学平台发布随堂测试题，根据反馈信息讲解，巩固提升学生对新知识的掌握情况。</p> <p><b>3. 引导学生思考</b><br/>在学生完成课中任务后，引导学生思考问题：<br/>如果被积函数在积分区间上不连续，公式是否仍然适用？</p> <p><b>4. 知识点随堂测试</b><br/>总结积分上限函数与应用，并安排知识点的测验，巩固学生对新知识的掌握程度，并根据学生的测验情况，及时调整教学策略。</p> |                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
| 三、<br>精讲 | <p><b>1. 公式的应用</b><br/>教师演示讲解牛顿-莱布尼茨公式的具体使用方法，使学生了解到定积分的计算可转化为原函数差值的计算，大大简化难度，使学生进一步深入了解本节重点内容。</p> <p><b>2. 安排课中任务</b><br/>安排有针对性、有层次性的课中练习任务，并通过雨课堂教学平台发布随堂测试题，根据反馈信息讲解，巩固提升学生对新知识的掌握情况。</p> <p><b>3. 引导学生思考</b><br/>在学生完成课中任务后，引导学生思考问题：<br/>如果被积函数在积分区间上不连续，公式是否仍然适用？</p> <p><b>4. 知识点随堂测试</b><br/>总结积分上限函数与应用，并安排知识点的测验，巩固学生对新知识的掌握程度，并根据学生的测验情况，及时调整教学策略。</p>                             | <p>1. 听课、思考</p> <p>2. 自由讨论，完成小组课中任务</p> <p>3. 小组完成随堂测验</p>  <p>利用微信雨课堂教学平台，完成随堂知识点小测验。</p>                                           | <p><b>1. 巩固重点内容</b><br/>针对牛顿-莱布尼茨公式与应用，通过讲解-练习-提升，一方面巩固学生对知识点的掌握，另一方面通过问题情境创设，巩固学生进一步认识到原函数与定积分之间的内在联系。</p> <p><b>2. 了解学生掌握情况</b><br/>通过雨课堂教学平台的随堂测验，及时了解学生知识点掌握情况，一方面巩固学生所学新知识，另一方面教师可根据学情及时调整教学策略，着力解决教学重点，全员进步。</p> <p><b>3. 课程思政</b><br/>通过性质几何意义的学习、小组讨论等环节活动的开展，培养学生由形象思维到抽象思维的提升，团队合作、归纳总结的思维能力。</p> | 10 |
| 四、<br>巩固 | <p><b>1. 引导学生总结</b><br/>根据上一环节设置的思考问题：如果被积函数在积分区间上不连续，公式是否仍然适用？教师引导学生独立思考与合作学习相结合，精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学。</p> <p><b>2. 例题讲解-提炼要点</b></p>  <p>根据学生讨论结果，结合例题，讲解牛顿-莱布尼茨公式使用条件与注意事项</p>                                                                                                                            | <p><b>1. 小组讨论</b><br/>结合牛顿-莱布尼茨公式使用条件，根据问题要求，进行深入分析，展开讨论。</p> <p><b>2. 总结提炼</b><br/>经过深入分析，发现定积分的存在性与被积函数的连续性有关，积分上限函数可以看作是 <math>f(x)</math> 的原函数。</p> <p><b>3. 认真听讲</b><br/>认真听讲，思考</p> <p><b>4. 完成知识点的随堂测验</b></p> | <p><b>1. 提炼原函数与积分上限函数的联系</b><br/>完成原函数定义与性质学习之后，进一步探讨原函数与积分之间的联系，使学生深入理解积分上限函数的重要性。</p> <p><b>2. 培养学生探索、发现的能力</b><br/>通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思维能力。</p> <p><b>3. 课程思政</b><br/>通过任务合作、随堂测验环节的设计，推进全员进步，培养学生崇尚劳动，在已</p>                                                                                         | 12 |

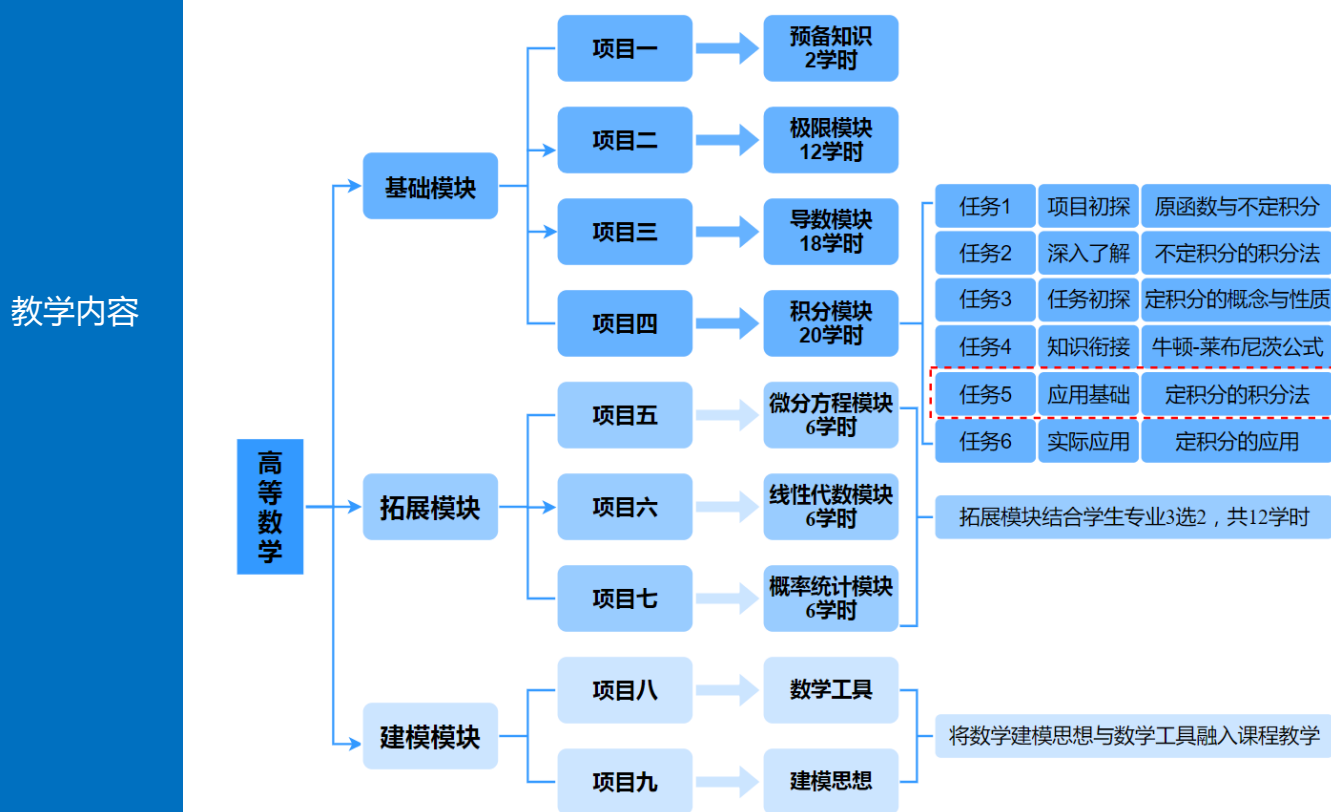
|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                          |   |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
|                 | <b>3. 调整策略</b><br>根据学生掌握情况,有效调整教学策略,尽量达到课堂问题当堂解决。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                      | 有能力下,不断追求卓越的劳动精神,                                                                                                                                                                        |   |
| 五、<br>课堂<br>小结  | <b>1. 归纳总结</b><br>教师对本节课所学内容进行小结,对积分上限函数与原函数之间的关系进一步梳理,引导学生重点掌握。<br><b>2. 评价</b><br>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br><b>3. 课后提升:</b><br>布置必选作业的同时,结合不定积分已学积分法,讨论分析牛顿-莱布尼茨公式在复合函数的定积分计算中的应用,加深学生公式的理解。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>1. 聆听,完成、自评、互评</b><br><b>2. 思考三个问题,完成任务</b><br><b>3. 总结提升</b><br>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。 | <b>1. 课堂评价</b><br>根据学生各环节的学习数据分析,有针对性地给出学习建议。<br><b>2. 为下一堂课作铺垫</b><br>通过小组思考与完成开放式讨论问题,引出下一堂课的学习内容,为后续学习奠定基础。<br><b>3. 检验提高技能</b><br>完成思考问题的同时,在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。 | 3 |
| 教学<br>评价        | <b>过程性评价+拓展性评价相结合:</b><br>考核评价根据课前、课中、课后任务完成情况,课堂考勤,以及学生自评、小组互评、教师评价等方面对学生进行多维综合评价。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                          |   |
| 课后作业布置: 线上练习+测试 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                          |   |
| 课后反思            | <b>1. 特色创新</b><br>(1) 利用多媒体动画展示基本原理,解决学生抽象思维不足的问题,培养学生由形象思维到抽象思维的提升,更易实现教学目标,攻克教学难点;<br>(2) 利用图片、动画展示理论推导过程,使学生直观了解基本原理,这是学生正确理解牛顿-莱布尼茨公式本身的基础;<br>(3) 结合雨课堂、学习通线上平台混合教学,知识点测验与教学互动贯穿教学,将学生“玩手机”向“用手机”转变,通过随堂测验,实时了解学生掌握情况。<br><b>2. 课程思政</b><br>(1) 通过牛顿、莱布尼茨两位数学家的典故,激发学生对本次课学习的兴趣,进而提高教学质量和效果,立德树人,使课程思政元素的融入润物细无声。<br>(2) 通过动画动态展示使学生直观了解牛顿-莱布尼茨公式基本原理,培养学生的细节观察能力和数学思维能力。<br><b>3. 教学效果</b><br>牛顿-莱布尼茨公式是本课程的重要内容,是微积分的基础,通过本节课的设计,使学生了解到两位伟大的数学家为微积分所做的重要贡献,融入课程思政元素,认识到科学研究艰辛和执着,教学效果良好。<br><b>4. 反思诊改</b><br>牛顿-莱布尼茨公式是微积分发展历程上的重要里程碑,教学在讲解时应该结合公 |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                          |   |

式的由来的典故，让学生理解公式在微积分学中重要地位，从而有可能深刻理解微积分的发展及广泛的现实应用。

## 教学方案 22：定积分的换元法与分部积分法

|      |                 |      |         |
|------|-----------------|------|---------|
| 课程名称 | 高等数学            | 课程类别 | 公共必修课   |
| 授课专业 | 建筑工程技术专业        | 授课年级 | 大一(下学期) |
| 章节名称 | 项目四 任务5 定积分的积分法 | 计划学时 | 2 学时    |

本次课的内容为项目四中第5模块“定积分的换元法与分部积分法”，主要任务学习定积分的换元法与分部积分法，结合牛顿-莱布尼茨公式  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  计算较复杂函数的定积分。本次课教学设计时长2学时，主要学习定积分换元积分法与分部积分法。



|      | 知识目标                                                                    | 能力目标                                                                                             | 素质目标                                    |
|------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 任务目标 | 1. 理解定积分的两类换元积分法实质<br>2. 理解凑微分的具体步骤<br>3. 理解定积分的分部积分公式                  | 1. 能够利用凑微分法计算定积分<br>2. 能够针对不同情况选择合适的换元法计算<br>3. 培养学生从特殊到一般的总结、归纳能力                               | 培养学生从已有知识到未知的知识迁移能力、团队合作意识、观察、分析的逻辑推理能力 |
|      | 优势                                                                      | 劣势                                                                                               |                                         |
| 学情分析 | 1. 学习了不定积分的换元积分法，对凑微分已有所认识<br>2. 已经掌握了微分、原函数等知识<br>3. 有一定的归纳总结能力和软件操作基础 | 1. 对换元法本质思想的理解存在难度<br>2. 抽象与逻辑推理能力、知识迁移能力有限<br>3. 对概念性知识的理解与灵活运用于实践的能力还有待提升<br>如何利用学生在不定积分中已学过的凑 |                                         |



|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                              |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 微分、根式代换等方法，理解掌握定积分的换元积分法基本思想与应用，是本次课面临的主要问题。 |
| 教学重点、<br>难点      | <b>重点：</b> 第一类和第二类换元积分法典型应用；<br><b>难点：</b> 理解换元法的实质，准确把握其应用方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                              |
| 教学过程<br><br>设计思路 | <p><b>课前：</b>课前根据学生实力均衡的原则，对学生进行分组，并通过雨课堂教学平台向学生推送微课、自建的精品资源课，共享课程内容相关资料，发布两个课前任务。学生完成任务后上传任务成果与方案，教师根据任务完成情况，分析学生现状，及时修订与确认教学方案。</p> <p><b>课中：</b>实施差异化教学，在教学中融入数学建模思想，设计分层个性化学习：</p> <p>1. A层：教学目标要求为全面掌握定积分换元法基本理论，并会利用换元法原理手动计算定积分、能够利用超级计算器、matlab等建模工具计算定积分；</p> <p>2. B层：教学目标为了解换元积分法，并能够利用超级计算器、matlab等建模工具计算定积分。</p> <p>不同层次所得到的平时成绩分值会有差异，同一课中任务，按A层教学目标要求完成的课中得分更高。同时，在教学中利用多媒体动画、结合启发式问题导向创设情境，采用引导、精讲、巩固、提炼、评价五个环节展开教学。同时利用雨课堂教学平台授课，达到教学全过程信息采集。在课前任务基础上创设问题情境，结合学生在不定积分中已学过的换元积分法，引导学生进一步思考，探索发现与总结归纳，定积分中的换元积分法，然后通过教师精讲，使学生深刻理解计算方法原理与步骤。</p> <p>针对每个知识设计相应的随堂测验，实现教与练的有机结合，根据测验情况了解学生的掌握情况，及时调整调整教学策略，达到全员进步。调动学生数学学习积极性，培养学生追求卓越的劳动精神。最后采用多元过程性评价方式，对学生进行横纵结合的学习评价，并给出合理的学习建议。</p> <p><b>课后：</b>布置思考题，为下一节课的内容学习做好铺垫。学生通过雨课堂教学平台互动与在线测验，师生进行个性化互动，教师对学生的数据实时监测统计。</p> |                                              |
| 教学资源             | 数学工具(SPSS统计软件、Matlab建模工具、微软数学APP、wolframalpha在线平台)<br>交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>自建《高等数学》精品资源在线课<br>多媒体课件+智慧教室<br>爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                              |
| 教学策略<br><br>与方法  | 本节主要学习定积分的换元积分法，理论性较强。围绕教学重难点，我采用情境教学、利用多媒体动画，依据以雨课堂教学平台等信息技术为手段，以探索-归纳-验证的思路开展教学，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、数形结合与极限思想能力有待提升等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对换元法原理难以理解的难点。将超级计算器、matlab等数学建模工具引入教学，实行分层教学，以信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                              |

教学活动安排-第 1 节课

| 步骤 | 教师活动                            | 学生活动                                      | 设计意图                        | 时间(分钟)     |
|----|---------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------|------------|
| 课前 | 1. 课前一周，上传相关学习资源，并布置本次课的三个课前任务： | 1. 预习本节相关知识；<br>2. 解决课前三个任务<br>小组查阅资料、预习， | 1. 巩固基础<br>学生通过课前预习，进一步巩固基础 | 课前一周<br>布置 |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                   |          |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <p><b>准备</b></p>          | <p><b>【任务1】:</b> 讨论不定积分中计算原函数的方法与法则在定积分中是否仍然适用。</p> <p><b>【任务2】:</b> 根据牛顿-莱布尼茨公式的结论, 结合不定积分的凑微分, 思考 <math>\int_0^1 e^{3x} dx</math>, <math>\int_0^1 \cos 2x dx</math> 等复合函数的定积分如何计算?</p> <p><b>【任务3】</b> 换元积分法的本质思想是什么?</p> <p><b>2. 实时了解学生学习数据</b></p> <p>对课前学习数据进行实时统计。</p> <p><b>3. 分析学情</b></p> <p>分析学生的现状, 及时修订确认教学方案。</p>                                                                                                                                                                                                       | <p>通过分析、讨论, 完成【任务2】和【任务3】的初步解答。</p> <p><b>3. 小组完成后, 上传任务成果与方案。</b></p> <p>查看学生上传的成果与任务方案, 与确认教学方案。</p>                                                                                                                                                                                                 | <p>知识, 熟悉本次课教学内容。</p> <p><b>2. 准确了解学生状况</b></p> <p>结合课前任务的完成情况, 准确了解学生的现状, 从而及时修订教学方案, 真正达到因材施教。</p> <p><b>3. 拓展学习时间与空间</b></p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p>                                                                   |          |
| <p><b>一、引导 (问题引入)</b></p> | <p><b>1. 创设情境</b></p> <p>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳, 结合课前任务, 提出三个问题, 小且讨论, 激发学生的探索欲。</p> <p>(1) 课前任务 <math>\int_0^1 e^{3x} dx</math>、<math>\int_0^1 \cos 2x dx</math> 等复合函数的定积分如何计算?</p> <div data-bbox="217 1476 572 1760"> <p>定积分的换元积分法</p> <p>思考: 复合函数的定积分如何求值?</p> <div> <math>\int e^x dx = e^x + C</math> <math>\int \cos x dx = \sin x + C</math> </div> <div> <math>\int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big _0^1</math> <math>\int_0^1 \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x \Big _0^1</math> </div> </div> <p>(2) 换元积分法的本质思想是什么?</p> | <p><b>1. 合作探究</b></p> <p>针对教师提出的三个问题, 小组讨论, 思考探究。</p> <p><b>2. 小组讨论</b></p> <p>小组讨论思考不定积分与定积分计算之间的相同与差异, 并回答问题。</p> <div data-bbox="593 1319 991 1543">  </div> <p><b>3. 上传讨论结果</b></p> <p>通过雨课堂教学平台完成作答, 上传结论。</p> | <p><b>1. 激发学习兴趣</b></p> <p>结合实际问题和课前任务, 提出三个问题, 通过定义法求解积分的困难之处, 引导学生将已学的不定积分换元法与定积分的计算相结合, 利用已知探索未知, 激发学生的探索欲。</p> <p><b>2. 明确本次课的主要内容</b></p> <p>明确本次课主要学习任务, 通过小组分析, 使学生了解定积分的定义法计算是存在很大困难的, 需要寻求简单的计算方法, 为接下来本节课内容的学习做好铺垫。</p> | <p>5</p> |

(3) 不定积分中计算原函数的方法与法则在定积分中是否仍然适用?

定积分的换元积分法

(2) 分定积分证明的换元法

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt$$

用定积分换元法证明不定积分换元法

## 2. 引导探索

引导学生小组探究、总结归纳。联系不定积分计算方法，结合牛顿-莱布尼茨公式，思考不定积分与定积分两种不同积分在计算方法上的相同与差异。

## 3. 总结问题

通过学生雨课堂教学平台的主要结论进行归类、总结。

## 1. 引导学生合作探究

引导启发学生思考解决两个问题:

1. 不定积分中凑微分法如何转换为定积分的换元法?
2. 两种积分在计算方法上之间存在什么样的联系?

## 2. 原理讲解

教师根据学生的讨论情况，通过多媒体图像、动画演示，直观形象模拟讲解，使学生形成对换元积分法的再认识，分析原理，总结出定积分计算与不定积分之间的相同与差异。

## 3. 引入“积分公式的形式不变性”

结合基本积分公式，说明积分公式的不变性，即类似于:

定积分的换元积分法

(1) 基本积分公式的形式不变性

$$\int \cos(u) du = \sin(u) + C$$

$$\int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + C$$

## 1. 小组讨论

根据教师提示，小组思考解决两个问题:

1. 不定积分中凑微分法如何转换为定积分的换元法?
2. 两种积分在计算方法上之间存在什么样的联系?

## 2. 认真听讲

认真听讲，并思考。根据已学的不定积分换元法，平行理解定积分的换元法，思考二者之间的相同与差异。



## 3. 完成随堂测验

通过雨课堂教学平台完成做答，完成简单测试。

填空题 4分

凑微分: 1.  $\cos u = d(\text{填空1})$ ; 2.  $\sin u = d(\text{填空2})$ ;  
3.  $\frac{1}{u^2} = d(\text{填空3})$ ; 4.  $\frac{1}{u} = d(\text{填空4})$ ;

## 1. 理论与实现的衔接

通过启发式讨论，使学生认识到不定积分的计算方法与定积分计算方法之间的转化过程，对换元积分法的本质有深层的认识。

## 2. 引出学习重点

通过教师引导思考，讨论总结，归纳出定积分与原函数之间可能存在的内在联系，感知定积分与原函数的关系，引出下一学习内容-积分上限函数。

## 3. 培养学生观察、总结能力

通过思考探索解决思考问题，一方面加深学生对定积分思想的理解，另一方面培养观察事物、总结归纳的学习能力。

$$\int_a^b \cos(\square) d(\square) = \sin(\square) \Big|_a^b;$$

$$\int_a^b e^{\square} d(\square) = e^{\square} \Big|_a^b \text{ 等, 让}$$

学生用    把积分中的变量框出来, 弄清楚哪些位置为同一函数, 帮助学生理解定积分中的“凑微分”与牛顿莱布尼茨公式结合计算定积分的原理。

#### 4. 引导学生知识迁移

教师讲解凑微分与第二类换元积分法的典型用法, 通过案例演示两种换元法在定积分与不定积分的计算中的不同之处, 抽象、归纳总

例题示范(第一类换元法)

$$\text{例: 计算 } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx.$$

$$\bullet \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x d(\sin x)$$

结二者的区别和注意事项。

#### 5. 设置知识点随堂小测验

#### 1. 分类讲解

教师分类演示讲解凑微分和第二类换元法的典型应用方法, 使学生进一步深入了解本节重点内容。

$$(1) dx \rightarrow d(Ax+B);$$

$$(2) \varphi'(x)dx \rightarrow d(\varphi(x))$$

#### 2. 练习巩固-课中任务

1. 听课、思考
2. 自由讨论, 完成练习
3. 小组完成随堂测验



利用微信雨课堂教学平台, 完成随堂知识点小测验。

#### 1. 巩固重点内容

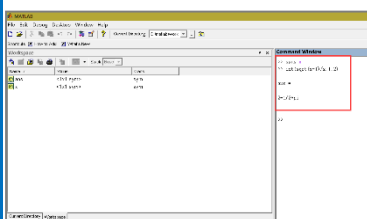
针对换元积分法的应用, 通过讲解-练习-提升, 一方面巩固学生对知识点的掌握, 另一方面通过问题情境创设, 激发学生探索原函数与定积分之间的内在联系。

#### 2. 了解学生掌握情况

通过雨课堂教学平台的随堂测验, 及时了解学生知识点掌握情况, 一方面巩固学生所学新知识, 另一方面教师可根据学情及时调整教学策略, 着力解决教学重点, 全员进步。



布置有针对性，课中练习，让学生通过雨课堂教学平台自由选择任务层级，以理论方法手动求解、matlab 建模工具求解，完成任务，教师根据学生平台反馈信息进行针对性的讲解，进一步巩固提升学



生对新知识点的掌握情况。

### 3. 引导学生思考

(1) 定积分的换元与不定积分的换元二者有不同吗？

(2) 在应用第一类、第二类换元积分法计算定积分时，需要注意什么？

### 4. 知识点随堂测试

总结本阶段重点学习内容，并安排知识点的测验，巩固学生对新知识的掌握程度，并根据学生的测验情况，及时调整教学策略。

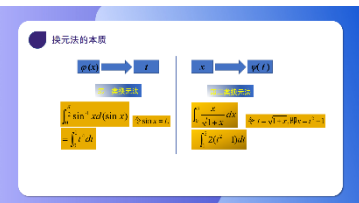
### 3. 课程思政

通过本阶段的学习、以及小组讨论等环节活动的开展，培养学生举一反三、面对不同层级的任务合理抉择，挑战自我、以及团队合作的能力。

## 四、巩固

### 1. 引导学生总结提炼

根据上一环节设置思考问题，引导学生总结：定积分的两类换元法一般用法是否可以归纳适用范围？引导学生提炼出要点。



### 2. 教师引导讨论并下场指导

教师引导学生独立思考与合作学习相结合，

### 1. 小组讨论

结合上一环节学习的定积分换元法，根据问题要求，进行深入分析，展开讨论。



### 2. 总结提炼

经过深入分析，发现定积分的换元积分法与不定积分的换元有相同之处，但也需注意区分不同。

### 3. 认真听讲

认真听讲，思考。

### 1. 提炼换元法的一般用法

完成从已学的不定积分换元法到定积分的换元法知识迁移之后，进一步探讨二者的联系，使学生深入理解其本质思想，提炼出一般用法和注意事项。

### 2. 培养学生探索、发现的能力

通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思考能力。

### 3. 课程思政



|  |                                                                                                                                                                |                      |                                                             |  |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------|--|
|  | <p>并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学。</p> <p><b>3. 引出两类换元法的一般用法</b></p> <p>教师根据学生讨论情况，结合定积分的定义提炼换元法的一般用法。</p> <p><b>4. 调整策略</b></p> <p>根据学生掌握情况，有效调整教学策略，尽量达到课堂问题当堂解决。</p> | <b>4. 完成知识点的随堂测验</b> | <p>通过任务合作、随堂测验环节的设计，推进全员进步，培养学生崇尚劳动，在已有能力下，不断追求卓越的劳动精神，</p> |  |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------|--|

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                |   |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <p><b>五、评价小结</b></p> | <p><b>1. 归纳总结</b></p> <p>教师对本节课所学内容进行小结，对定积分的换元法本质思想进一步梳理，引导学生重点掌握。</p> <p><b>2. 评价</b></p> <p>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 课后提升：</b></p> <p>布置三个问题：</p> <p>(1) 应用换元积分法计算定积分需注意什么？</p> <p>(2) 如何将不定积分的计算方法是运用到定积分的计算中？</p> <p>(3) 如何理解定积分的分部积分法？</p> | <p><b>1. 聆听，完成、自评、互评</b></p> <p><b>2. 思考三个问题，完成任务</b></p> <p><b>3. 总结提升</b></p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>根据学生各环节的学习数据分析，有针对性地给出学习建议。</p> <p><b>2. 为下一堂课作铺垫</b></p> <p>通过小组思考与完成这三个问题，引出下一堂课的学习内容，为后续学习奠定基础。</p> <p><b>3. 检验提高技能</b></p> <p>完成思考问题与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> | 5 |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

|                                                                                                        |  |  |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|
| <p>课间休息10分钟</p> <p>设置简单思考问题供有兴趣的同学思考，教师根据上次课的线上、线下作业记录和本次课掌握情况，与相应学生当面座谈，了解学生遇到的困难，必要时做好记录，以便改进教学。</p> |  |  |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|

| 教学活动安排-第 2 节课      |                                                                                                          |                                                                                                                            |                                                                                                              |           |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 步骤                 | 教师活动                                                                                                     | 学生活动                                                                                                                       | 设计意图                                                                                                         | 时间(分钟)    |
| <p><b>思考问题</b></p> | <p><b>1. 结合前一节课的学习内容，设置以下三个问题：</b></p> <p>(1) 应用换元积分法计算定积分需注意什么？</p> <p>(2) 如何将不定积分的计算方法是运用到定积分的计算中？</p> | <p><b>1. 思考三个问题</b></p> <p>思考教师设置的三个问题，小组讨论。</p> <p><b>2. 总结提炼</b></p> <p>小组结合牛顿-莱布尼茨公式与不定积分的分部积分法，总结归纳，初步了解定积分的分部积分法。</p> | <p><b>1. 巩固基础</b></p> <p>学生通过课前预习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。</p> <p><b>2. 准确了解学生状况</b></p> <p>结合课前任务的完成情况，准确了解</p> | <p>课间</p> |

|                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                   |    |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                                  | <p>(3) 如何理解定积分的分部积分法？</p> <p><b>2. 实时了解学生学习数据</b></p> <p>查看学生回答情况和前一节课的随堂测验等学习数据实时监测统计。</p> <p><b>3. 分析学情</b></p> <p>根据雨课堂教学平台数据反馈，分析学生的现状，及时修订与确认教学方案。</p>                                                                                                                                                                                                        | <p><b>3. 小组讨论，师生互动。</b></p>                                                                                                                                                                  | <p>学生的现状，从而及时修订教学方案，真正达到因材施教。</p> <p><b>3. 拓展学习时间与空间</b></p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p>                                                                                                      |    |
| <p>一、<br/>引导<br/>(问题<br/>引入)</p> | <p><b>1. 创设情境</b></p> <p>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，结合课间思考题，提出三个问题，小组讨论，激发学生的探索欲。</p> <p>(1) 当被积函数为乘积形式时，比如：定积分 <math>\int_0^1 xe^x dx</math>，如何计算？</p> <p>(2) 不定积分的分部积分法在这里是否适用？</p> <p>(3) 如何理解分部积分法的基本原理？</p> <p><b>2. 引导探索</b></p> <p>引导学生小组探究、总结归纳。根据已学的不定积分分部积分法，结合牛顿-莱布尼茨公式，思考不定积分与定积分两种不同积分在计算方法上的相同与差异。</p> <p><b>3. 总结问题</b></p> <p>通过学生雨课堂教学平台的主要结论进行归类、总结。</p> | <p><b>1. 合作探究</b></p> <p>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p> <p><b>2. 小组讨论</b></p> <p>小组讨论思考不定积分分部积分法与定积分分部积分法的转化，并回答问题，得到“分部积分法在定积分中依然适用”的结论。</p> <p><b>3. 上传讨论结果</b></p> <p>通过雨课堂教学平台完成作答，上传结论。</p> | <p><b>1. 激发学习兴趣</b></p> <p>结合实际问题与课前任务，提出问题，通过引导学生将已学的不定积分分部积分法与定积分的计算相结合，利用已知探索未知，激发学生的探索欲。</p> <p><b>2. 明确本次课的主要内容</b></p> <p>明确本次课主要学习任务，通过小组分析，使学生了解定积分的分部积分法的基本公式和适用范围，为接下来本节课内容的学习做好铺垫。</p> | 5  |
| <p>二、</p>                        | <p><b>1. 引导学生合作探究</b></p> <p>引导启发学生思考解决两个问题：</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p><b>1. 小组讨论</b></p> <p>根据教师提示，小组思考解决两个问题：</p>                                                                                                                                              | <p><b>1. 理论与实现的衔接</b></p> <p>通过启发式讨论，使学生认识到不</p>                                                                                                                                                  | 10 |

## 探索

1. 如何理解定积分的分部积分法基本原理？
  2. 定积分分部积分法在使用上需注意什么？
- ### 2. 原理精讲

#### 定积分的分部积分法

##### (1) 公式推导

设函数  $u(x)$  和  $v(x)$  在  $[a, b]$  上可导，且  $u'(x)$  和  $v'(x)$  连续，则有

$$\int_a^b [u(x)v'(x)] dx = \int_a^b u(x) v'(x) dx = \int_a^b u(x) dv = u(x)v \Big|_a^b - \int_a^b v(x) u'(x) dx$$

$$\int_a^b u(x) dv = u(x)v \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du$$

$$\int_a^b u(x) v'(x) dx = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) u'(x) dx$$

教师根据学生的讨论情况，通过多媒体演示，直观讲解，使学生形成对分部积分法的再认识，分析原理，总结出定积分计算与不定积分之间的相同与差异。

### 3. 分类探讨适用情形

结合不定积分中分部积分法的学习基础，通过分析帮助学生了解和判断定积分的分部积分法适用范围。

### 4. 引导学生知识迁移

教师讲解定积分的分部积分法的典型用法，通过案例演示定积分的分部积分法在计算中的不同之处，抽象、归纳总结二者的区别和注意事项。

### 5. 设置知识点随堂小测验

通过随堂小测验，检验学生掌握情况，教师还可以根据测验结果，调整教学策略。

1. 如何理解定积分的分部积分法基本原理？
  2. 定积分分部积分法在使用上需注意什么？
- ### 2. 认真听讲

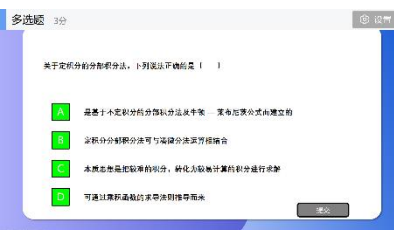
认真听讲，并思考。根



据已学的不定积分分部积分法，平行理解定积分的分部积分法，思考公式的使用关键因素。

### 3. 完成随堂测验

通过雨课堂教学平台完成做答和简单测试。



定积分的计算方法与定积分计算方法之间的转化过程，对分部积分法的本质有深层的认识。

### 2. 精讲学习重点

通过教师引导思考，讨论总结，归纳出定积分与原函数之间可能存在的内在联系，感知定积分与原函数的关系，精讲重点内容：定积分的分部积分法原理，这是学生正确使用分部积分法的基础。

### 3. 培养学生观察、总结能力

通过思考探索解决思考问题，一方面加深学生对分部积分法的理解，另一方面培养观察事物、总结归纳的学习能力。

## 三、 精讲

### 1. 分类讲解

1. 听课、思考
2. 自由讨论，完成练习



### 3. 小组完成随堂测验

### 1. 巩固重点内容

针对换元积分法的应用，通过讲解-练习-提升，一方面巩固学生对知识点的掌握，另一方面通过问题情境创设，激发学生探索原函数与定积分之间的内在联系。

### 2. 了解学生掌握情况

通过雨课堂教学

教师分类演示讲解分部法积分法在定积分的计算中的典型应用方法，利用公式和超级计算器两种方法演示求解，满足不同学生的基

础需求，使学生进一步深入了解本节重点内容。

## 2. 练习巩固-课中任务 1

布置有针对性，课中练习，让学生通过雨课堂教学平台自由选择任务层级，完成任务，教师根据学生平台反馈信息进行针对性的讲解，进一步巩固提升学生对

新知识点的掌握情况。

## 3. 引导学生思考

- (1) 定积分的分部积分法， $u$  的选择有何规律？
- (2) 如何将分部积分法与凑微法结合理解？

## 4. 知识点随堂测试

总结本阶段重点学习内容，并安排知识点的测验，巩固学生对新知识的掌握程度，并根据学生的测验情况，及时调整教学策略。

利用微信雨课堂教学平台，完成随堂知识点小测验。



验。

平台的随堂测验，及时了解学生知识点掌握情况，一方面巩固学生所学新知识，另一方面教师可根据学情及时调整教学策略，着力解决教学重点，全员进步。

## 3. 课程思政

通过本阶段的学习、以及小组讨论等环节活动的开展，培养学生举一反三、面对不同层级的任务合理抉择，挑战自我、以及团队合作的能力。

## 四、

### 1. 引导学生总结提炼

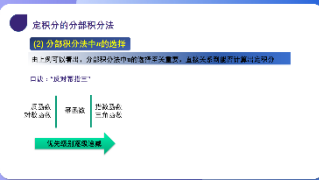
根据上一环节设置思考问题，引导学生总

### 1. 小组讨论

### 1. 提炼换元法的一般用法

完成从已学的



|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                    |          |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <p><b>巩固</b></p>     | <p>结：<br/>“定积分的分部积分法，<math>u</math> 的选择有何规律？”<br/>引导学生提炼出要点。<br/><b>2. 教师引导讨论并下场指导</b><br/>教师引导学生独立思考与合作学习相结合，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学。<br/><b>3. 总结规律</b><br/>教师根据学生讨论情况，结合不定积分的分部积分法中一样的方法，提炼出公式中<math>u</math> 的选择规律：<br/><b>“反对幂三指”</b></p>  <p><b>4. 布置随堂小测验，课中任务 2，调整策略</b><br/>根据学生掌握情况，有效调整教学策略，尽量达到课堂问题当堂解决。</p> | <p>结合上一环节学习的定积分分部积分法原理，根据问题要求，进行深入分析，</p>  <p>展开讨论。<br/><b>2. 总结提炼</b><br/>经过深入分析，发现定积分的分部积分法中<math>u</math> 的选择，与不定积分的分部积分法有完全相同的规律，口诀为“反对幂三指”。<br/><b>3. 认真听讲</b><br/>认真听讲，思考。<br/><b>4. 完成知识点的随堂测验</b></p> | <p>定积分到定积分的知识迁移之后，进一步探讨二者的联系，使学生深入理解其本质思想，提炼出一般用法和注意事项。<br/><b>2. 培养学生探索、发现的能力</b><br/>通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结的思维能力。<br/><b>3. 课程思政</b><br/>通过任务合作、随堂测验环节的设计，推进全员进步，培养学生崇尚劳动，在已有能力下，不断追求卓越的劳动精神，</p> |          |
| <p><b>五、课堂小结</b></p> | <p><b>1. 归纳总结</b><br/>教师对本节课所学内容进行小结，对定积分的换元法本质思想进一步梳理，引导学生重点掌握。<br/><b>2. 评价</b><br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br/><b>3. 课后提升：</b><br/>布置必选作业，同时设置开放式的思考题，小组讨论完成，巩固提升学生对本知识点的掌握情况。</p>                                                                                                                                                                                  | <p><b>1. 聆听，完成、自评、互评</b><br/><b>2. 思考三个问题，完成任务</b><br/><b>3. 总结提升</b><br/>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p>                                                                                                                                                                                 | <p><b>1. 课堂评价</b><br/>根据学生各环节的学习数据分析，有针对性地给出学习建议。<br/><b>2. 为下一堂课作铺垫</b><br/>通过小组思考与完成这三个问题，引出下一堂课的学习内容，为后续学习奠定基础；<br/><b>3. 检验提高技能</b><br/>完成思考问题与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供个性化拓展思路，进一步巩固应用能力。</p>      | <p>5</p> |
| <p><b>教学</b></p>     | <p>过程性评价+拓展性评价相结合：</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                    |          |



|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 评价                    | 考核评价根据课前、课中、课后任务完成情况，课堂考勤，以及学生自评、小组互评、教师评价等方面对学生进行多维综合评价。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 课后作业布置： 练习十三；线上练习+测试题 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 课后反思                  | <div><div>1. 特色创新</div><div>(1) 针对高职学生生源多样化，数学基础差异大的现状，教学中实行分层差异化教学，引入数学建模工具简化积分的计算，解决部分学生对理论知识掌握困难，不会计算积分的问题，相比传统教学，更易实现教学目标，攻克教学难点；</div><div>(2) 从学生已有知识切入，帮助学生利用已有知识构建新的认知，加深对定积分计算方法基本原理的认识，这是学生正确理解定积分换元法等计算方法的基础；</div><div>2. 课程思政</div><div>(1) 通过任务合作、总结归纳等环节的设计，追求卓越的劳动精神，相互帮助的人生品格，提高了数学学习的自信心；</div><div>(2) 通过分层教学，分层测验，培养学生面在工作岗位时观察分析、合理选择、挑战自我的品格；</div><div>(3) 引导学生结合牛顿-莱布尼茨公式，将定积分的计算与不定积分的计算方法相关知识平行迁移，</div><div>并适时讲解典型例题，归纳注意事项，讲练结合，特色鲜明。</div><div>3. 教学效果</div><div>(1) 根据牛顿-莱布尼茨公式，使得定积分的计算与原函数在积分区间上的增量联系起来，这就使得不定积分中的计算方法，在定积分中依然适用。本次课主要介绍了换元法、分部积分法等计算方法在定积分的迁移，教学效果良好。</div><div>(2) 课堂上小组探究、课中任务等环节，学生踊跃积极，各项能力得到有效提升。</div><div>4. 反思诊改</div><div>教学中注意多让学生自己探索、思考，教师适当引导，培养学生自我分析的能力。</div></div> |

# 教学方案 23：定积分的应用-平面图形的面积

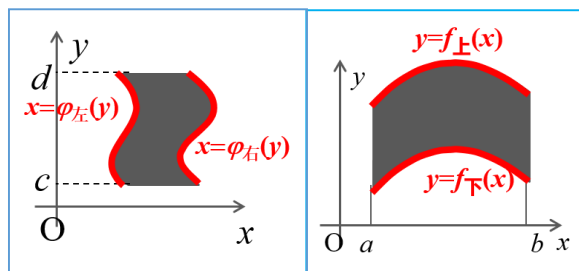
|      |                |      |         |
|------|----------------|------|---------|
| 课程名称 | 高等数学           | 课程类别 | 公共必修课   |
| 授课专业 | 建筑工程技术专业       | 授课年级 | 大一(下学期) |
| 章节名称 | 项目四 任务6 定积分的应用 | 计划学时 | 2 学时    |

本次课的内容为项目四第七模块“定积分的应用——平面图形的面积”，主要任务是通过元素法，构建定积分模型

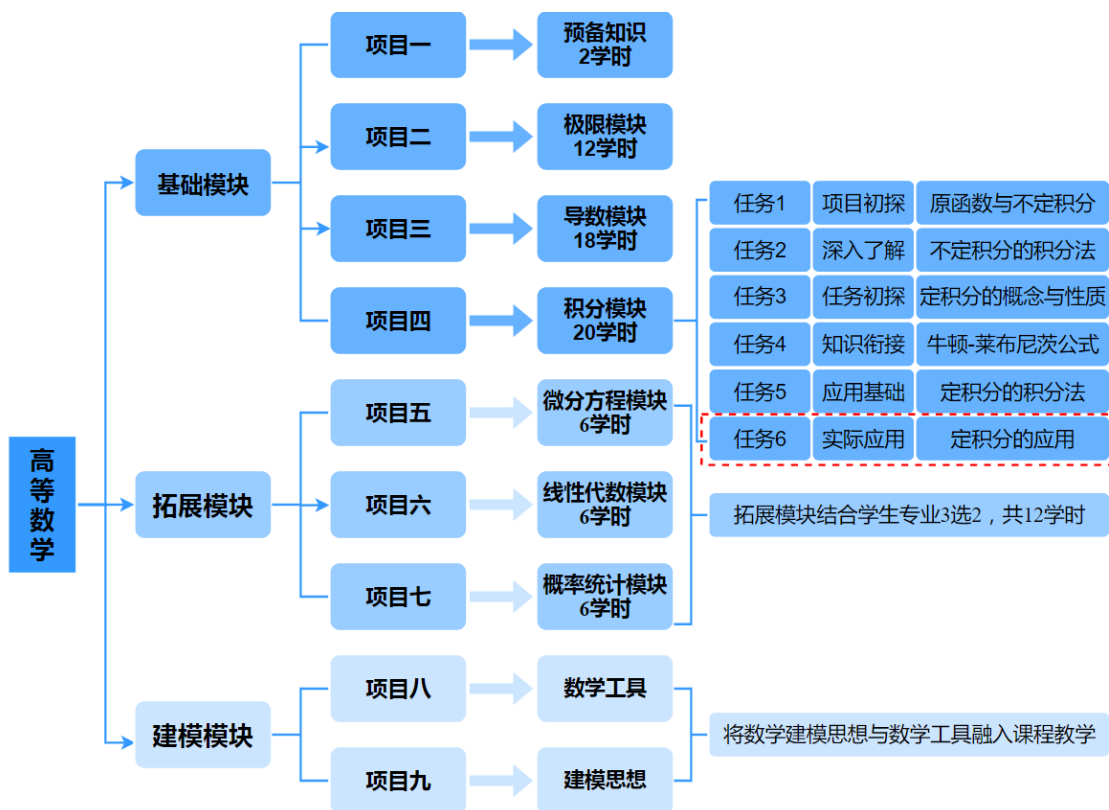
$$S = \int_a^b [f_{\text{上}}(x) - f_{\text{下}}(x)]dx ,$$

$$S = \int_c^d [\phi_{\text{右}}(y) - \phi_{\text{左}}(y)]dy ;$$

求解X-型及Y-型平面图形的面积，教学时长2学时。



## 教学内容



| 任务目标 | 知识目标                                                    | 能力目标                                                                 | 素质目标                             |
|------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
|      | 1. 掌握元素法，应用定积分进行数学建模；<br>2. 掌握用两类不同积分变量求平面图形面积的定积分建模方法。 | 1. 能够利用SPSS、matlab、超级计算器等软件工具，进行定积分建模与求解；<br>2. 加深对元素法的理解，形成初步的建模能力。 | 培养学生合作学习、团队协作解决实际问题的能力、精益求精的工匠精神 |
| 学情分析 | 优势                                                      | 劣势                                                                   |                                  |
|      | 通过课前雨课堂对学生定积分基础与建模能力在线测试结果显示：                           | 测试结果显示，学生存在不足有：<br>1. 空间立体思维稍显薄弱                                     |                                  |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|              | <p>1. 对定积分的基本定义和几何意义等知识有了初步的了解</p> <p>2. 具备一定的分析、归纳综合等建模基本能力</p> <p>3. 有简单的数学软件知识和计算机操作基础</p> <p>2. 数-形转换能力尚有待提升</p> <p>如何提高学生数形转换能力，达到熟练掌握定积分建模方法，是本次课面临的主要问题。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 教学重点、<br>难点  | <p><b>重点：</b>元素法构建平面图形面积的定积分模型</p> <p><b>难点：</b>1. 实际问题中图形边界曲线的确定</p> <p>2. 定积分建模的基本思路与方法</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 教学过程<br>设计思路 | <p><b>课前：</b>课前两周，教师根据学生实际情况，结合课前测试成绩，以小组间实力均衡原则对学生划分学习小组，并通过学习通教学平台向学生推送微课、自建的精品在线资源课，发放课程内容相关资料和课前任务。学生完成任务后上传结果与方案，教师根据任务完成情况，及时修订与确认教学方案。</p> <p><b>课中：</b>在小组课前任务基础上，以实际建筑物占地面积求解为导向，结合线上五步法，分引导、展示、探索、建模、评价五个环节，采用任务驱动，小组合作探究等教学方法开展教学，利用数学建模工具攻克难点，实现教与练的有机结合。最后采用多元过程性评价方式，对学生进行横纵结合的学习评价，并给出相应的学习建议。</p> <p><b>课后：</b>布置必选作业的同时，鼓励学生挑战进阶任务，以小区绿化面积的求解为目标，巩固提升学生的建模能力。学生通过平台复习、完成作业与在线测验，并可通过课程讨论模块进行师生个性化互动，教师对学生的学数据实时监测统计。</p> |
| 教学资源         | <p>✧ 数学工具(SPSS统计软件、Matlab建模工具、微软数学APP、wolframalpha在线平台)</p> <p>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台</p> <p>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课</p> <p>✧ 多媒体课件+智慧教室</p> <p>✧ 爱课程中国大学资源共享课：<a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a></p> <p>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)：<a href="http://i.56.com/course/videos">http://i.56.com/course/videos</a></p>                                                                                               |
| 教学策略<br>与方法  | <p>围绕教学重难点，采用任务驱动法展开教学，依据以信息技术为手段，以任务引领，小组合作的方式组织教学。同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、空间立体思维与数形转换能力有待提升等特点，将数学建模方法融入教学中，借助 Matlab 工具、超级计算器手机软件、Spss 统计分析软件，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。</p>                                                                                                                                                                                                                                             |

### 教学活动安排-第 1 节课

| 步骤       | 教师活动                                                                                                                    | 学生活动                                                                                                                         | 设计意图                                                                                                             | 时间(分钟)             |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 课前<br>准备 | <p>1. 课前两周，上传相关学习资源，并布置本次课的三个课前任务：</p> <p>【任务1】：在雨课堂教学平台预习《定积分的应用1-平面图形的面积》课件、微课。</p> <p>【任务2】：各组同学收集生活中“不规则图形”的照片；</p> | <p>1. 收集生活中不规则图形的照片；</p> <p>2. 预习定积分应用相关知识；</p> <p>3. 解决【任务3】</p> <p>小组现场观察、分析、讨论，结合教师所给的【任务3】的相关数据，利用建模工具，初步设计与求解【任务3】的</p> | <p>1. 巩固基础</p> <p>学生通过课前预习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。</p> <p>2. 准确了解学生状况</p> <p>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，从而及时修订教学方案，真</p> | <p>课前两周<br/>布置</p> |

|                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                |          |
|----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
|                                  | <p>【任务3】：结合所给数据，以图片中建筑物面积求解为目标，分小组制定</p>  <p>解决方案。</p> <p>2. 查看学生课前学习数据，对课前学习数据进行实时统计。</p> <p>3. 查看学生上传的成果与任务方案，分析学生的现状，及时修订与确认教学方案。</p>                                                                                                                                                                                                               | <p>最佳方案；</p> <p>4. 小组完成后，上传任务成果与方案。</p>                                                                                                                                                              | <p>正达到因材施教。</p> <p>3. 拓展学习时间与空间</p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p>                                                                                                            |          |
| <p>一、<br/>导入<br/>新课（引<br/>导）</p> | <p>1. 引入</p> <p>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，从问题着手，激发学生的探索欲。</p> <p>2. 提出问题</p> <p>结合课前任务，提出三个问题：</p> <p>(1) “下工地现场收方时，如何计算不规则平面的工程量？”</p>  <p>(2) 课前【任务3】中建筑物占地面积如何求解？</p> <p>(3) 现实问题如何转化为数学建模问题？</p> <p>3. 播放视频</p> <p>展示学生课前收集的图片，提出问题：是否可以利用定积分的几何意义来求解此类平面图形的面积？</p>  | <p>1. 合作探究</p> <p>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p>  <p>2. 观看视频</p> <p>欣赏同学们的课前收集的不规则平面图形的照片同时，交流经验，了解本次课所学内容用途的泛性。</p> | <p>1. 激发学习兴趣</p> <p>结合专业中工程量收方工作，提出三个问题，引导学生思考“现实问题如何转化为数学问题”，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p>2. 明确本次课的主要内容</p> <p>明确本次课主要学习方向，通过学生课前图片展示，使学生明确学习内容用途的广泛性，对定积分在不规则平面图形的面积中的应用有明确的认识。</p> | <p>5</p> |



|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                   |           |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <p>二、<br/>汇报<br/>展示</p>             | <p><b>1. 教师主导</b><br/>引导学生思考解决平面图形面积求解具体过程。</p> <p><b>2. 调整策略</b><br/>教师根据学生回答情况，对教学策略及时进行调整。</p> <p><b>3. 提出问题</b><br/>根据汇报情况，发现学生解决问题过程中对空间问题分析不够透彻，数形转换存在一些不足，引导学生思考：完成任务的关键是什么？</p>  | <p><b>1. 问题总结</b><br/>学生分组讨论，并回答三个提问。</p>  <p><b>2. 小组讨论</b><br/>发现求解课前任务中建筑物占地面积的关键难点是边界曲线函数的确定。</p>  <p><b>3. 学生讨论：完成任务的关键是什么？</b><br/>最后确定主要存在两个关键问题：<br/><b>问题1：</b>如何确定不规则平面图形边界曲线的表达式；<br/><b>问题2：</b>如何利用定积分表示平面图形的面积？</p> | <p><b>1. 理论与实现的衔接</b><br/>通过任务汇报展示，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，用定积分的元素法，实现平面图形面积的求解。</p> <p><b>2. 引出问题</b><br/>通过教师引导思考，讨论总结，找出任务完成的关键步骤。</p> <p><b>3. 提炼任务的关键步骤</b><br/>通过对课前任务的汇报、总结、回答其他小组提问环节，使学生对平面图形的面积的定积分建模求解，有更深层次的了解，从而提炼出完成任务的关键过程。</p> | <p>10</p> |
| <p>三、<br/>概念<br/>引入+举例<br/>(探索)</p> | <p><b>1. 演示 spss 拟合过程</b><br/>教师讲解、演示 SPSS 软件拟合回归得到边界曲线函数表达式，解决【关键1】。</p>  <p><b>2. 元素法原理讲解</b><br/>通过 PPT 动态展示元素法基本原理，讲解如何利用元素法将平面图形面积转化为定积分，解决【关键2】。</p>                             | <p><b>1. 听课、思考</b><br/><b>2. 完成知识点测验</b></p>  <p><b>3. 小组完成课中任务</b><br/>利用手机APP“超级计算器”、Matlab计算。</p>                                                                                                                          | <p><b>1. 解决关键问题</b><br/>针对上一环节提炼的两个关键问题，通过spss统计软件完成问题一中边界曲线表达式的确定，进而使学生了解X型平面图形面积的建模方法。</p> <p><b>2. 实际操作</b><br/>通过例题讲解、练习巩固，达到举一反三的效果。针对部分学生不会画图，计算积分困难的问题，引入matlab、超级计算器等建模工具，掌握平面图形面积的定积分建模具体方法，着力解决教学重点。</p> <p><b>3. 课程思政</b></p>          | <p>15</p> |

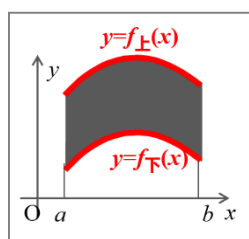




### 3. 解决教学重点



根据元素法，结合定积的几何意义，使学生理解平面面积可以用“边界曲线相减的定积分”来表示。



$$S = \int_a^b [f_+(x) - f_-(x)] dx$$

### 4. 讲解【例1】

详细讲解【例1】，并演示建模工具 matlab、超级计算器画图并计算定积分。



### 5. 总结课中任务

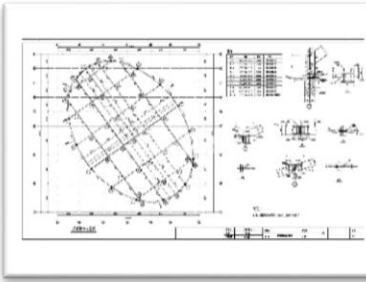
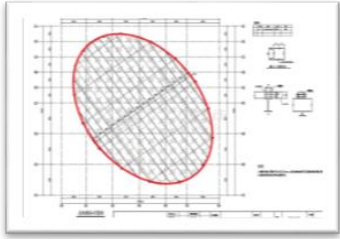
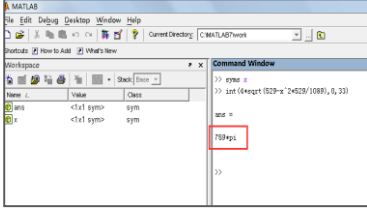
根据小组课中任务完成情况，给出相应的提升建议。



### 6. 知识点随堂测试，调整教学策略

设置知识点随堂测试，了解学生掌握情况，及时调整教学策略。

通过元素法原理学习、课中任务等环节活动的开展，培养学生化繁为简，由宏观到微观的细节观察能力，和融合团队，理性平和做事的人格品德。

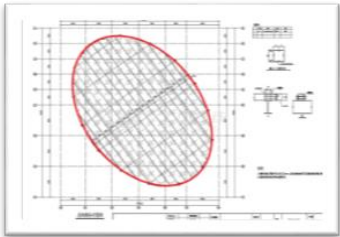
|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |          |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <p>四、<br/>建模</p>        | <p>1. 任务讲解<br/>教师对课前【任务3】具体要求进行讲解，引导</p>  <p>导学生下一步任务。</p> <p>2. 演示<br/>教师再次演示 spss 数据拟合过程,初步得到建筑物的边界曲线表达式:</p> $\frac{x^2}{1089} + \frac{y^2}{529} = 1$  <p>3. 教师引导并下场指导<br/>教师引导学生合作学习,并精准指导,实现老师的做中教,学生的做中学,全面攻克教学难点。</p> <p>4. 调整策略</p> | <p>1. 小组讨论<br/>结合任务数据,根据任务要求,进行深入分析,寻求最佳解决方案。</p> <p>2. 发现问题<br/>经过深入分析,发现确定建筑物占地边界曲线成为制约任务的难点。</p> <p>3. 课上竞赛活动-全面攻克难点<br/>小组建模求解【任务3】,并以模型计算精度作为评价标准,开展课上竞赛,评选出最优小组。</p> <p>占地面积最佳模型:</p> $S = 4 \int_0^{33} \sqrt{529 - \frac{529}{1089} x^2} dx \approx 2383 (m^2)$ <p>4. 小组分享心得、完成互评、自评活动</p>  <p>各小组针对建模过程、任务难点等分享心得,并完成小组互评、自评,评选最优小组。</p> | <p>1. 解决课前【任务3】<br/>完成重点内容学习之后,回归现实,解决课前【任务3】,通过实际建筑物占地面积的求解,使学生进一步掌握定积分建模的实际应用能力。</p> <p>2. 攻克教学难点<br/>手机软件“超级计算器”绘图功能直观展示面积构成,很好地解决了学生因画图错误而无法正确选择被积函数的问题,从而化解教学难点。使用matlab工具或手机软件“超级计算器”绘制图形,并进行定积分计算,此软件无需编程即可操作,提高教学效果。</p> <p>3. 课程思政<br/>通过任务合作、课上竞赛,培养学生精益求精的工匠精神,相互帮助的人生品格,提高数学学习的自信心。</p> | <p>8</p> |
| <p>五、<br/>评价<br/>小结</p> | <p>1. 归纳总结<br/>总结X-型平面图形的定积分求解方法。</p> $S = \int_a^b [f_{\text{上}}(x) - f_{\text{下}}(x)] dx$ <p>2. 评价<br/>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 课后提升:<br/>布置三个问题:<br/>(1)思考如果边界曲线分段,如何处理?<br/>(2)当以X作为变量计算比较困难,如何化解?</p>                                                                                                                                                          | <p>1. 聆听,完成、自评、互评</p> <p>2. 思考三个问题,完成任务</p> <p>3. 总结提升<br/>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>1. 课堂评价<br/>根据学生各环节的学习数据分析,有针对性地给出学习建议。</p> <p>2. 为下一堂课作铺垫<br/>通过小组思考与完成这三个问题,引出下一堂课的Y-型平面图形的求解。为后续学习奠定基础;</p> <p>3. 进阶提升<br/>完成思考问题的同时,在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。</p>                                                                                                             | <p>2</p> |

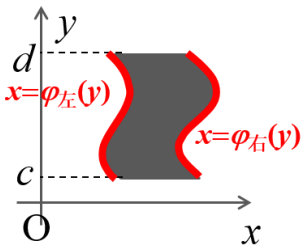
|  |                                                   |  |  |
|--|---------------------------------------------------|--|--|
|  | (3) 结合所给数据，以课前【任务3】中建筑物占地面积求解为目标，如果用Y作为积分变量，如何求解？ |  |  |
|--|---------------------------------------------------|--|--|

课间休息10分钟

设置简单思考问题供有兴趣的同学思考，教师根据上次课的线上、线下作业记录和本次课掌握情况，与相应学生当面座谈，了解学生遇到的困难，必要时做好记录，以便改进教学。

教学活动安排-第 2 节课

| 步骤     | 教师活动                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 学生活动                                                                                                                                                                                         | 设计意图                                                                                                                      | 时间(分钟) |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 思考问题   | <p>小组结合前一节课的学习内容，思考以下三个问题：</p> <p>【问题1】：思考如果边界曲线分段，如何处理？</p> <p>【问题2】：当以X作为变量计算比较困难，如何化解？</p> <p>【问题3】：结合所给数据，以图中建筑物占地面积求解为目标，如果用Y作为积分变量，如何求解？</p>                                                                                                                                               | <p>1. 思考教师设置的三个问题，小组讨论；</p> <p>2. 小组结合X-型定积分模型的求解方法，利用SPSS统计软件、手机软件超级计算器、Matlab建模工具，初步设计【任务3】的最佳方案；</p> <p>3. 并参与学习讨论，师生互动。</p>                                                              | <p>1. 巩固已学</p> <p>通过三个问题的思考与讨论，进一步巩固元素法和X-型平面图形面积的模型构建。</p> <p>2. 引导思考</p> <p>通过问题的初步解决，引导学生将未知的Y-型转化已掌握的X-型相似的方法来解决。</p> | 课间     |
| 一、问题导入 | <p>1. 问题导入</p> <p>对学生课前在平台互动中提出的问题进行总结，从问题着手，激发学生的探索欲：</p> <p>【问题1】思考如果边界曲线分段，如何处理？同时引入另外两个问题：</p> <p>【问题1】当以X作为变量计算比较困难，如何化解？</p> <p>【问题3】如果用Y作为积分变量，如何求解上</p>  <p>一节的任务3？</p> <p>2. 引导学生小组合作探究，思考三个问题，并</p> | <p>1. 小组合作探究</p> <p>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，。</p> <p>2. 思考问题</p> <p>针对教师提出三个递进式的问题，结合已经掌握的X-型平面图形建模方法，思考如何解决这三个问题。</p> <p>3. 初步探索Y-型的建模思路</p> <p>根据元素法，思考在边界曲线分段的情况下，尝试利用y作为积分变量，构建模型求解的大致思路。</p> | <p>1. 激发学生的探索欲</p> <p>通过三个相关问题，引导学生思考，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p>2. 明确方向</p> <p>明确本次课主要学习方向，使学生基本明确学习内容，从而有目的地学习。</p>          | 5      |

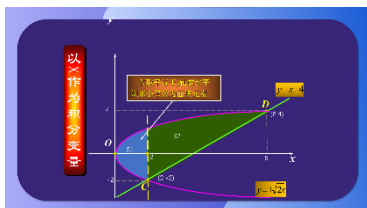
|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                            | 下场指导。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
| 二、<br>概念<br>引出             | <p>1. 梳理课前三个问题</p> <p>教师根据学生平台互动与三个问题的回答情况，教师对三个问题进行梳理。引导学生利用元素法完成建模。</p> <p>2. 引入Y-型的积分模型</p> <p>经过学生小组讨论，教师引导，最后确定Y-型图形的元素表达</p>  <p>式：</p> $S = \int_c^d [\varphi_{\text{右}}(y) - \varphi_{\text{左}}(y)] dy$ <p>3. 教师讲解</p> <p>教师详细讲解Y-型平面图形面积模型的原理与要点，突出教学重点。</p> | <p>1. 积极思考三个问题</p> <p>结合元素法和已经掌握的X-型平面图形面积的建模方法，积极思考Y-型平面图形面积求解过程。</p> <p>2. 小组讨论</p> <p>经教师对三个课前问题简单梳理与提示后，小组进一步有针对性的讨论，总结任务步骤进行整理。</p> <p>3. 认真听讲</p> <p>认真听教师讲解元素法构建Y-型平面图形面积的方法与要点。</p> | <p>1. 已有知识的平移</p> <p>通过三个问题的解决，使学生了解到平面图形面积的模型变量还可以是边界曲线中的因变量y，将未知转化为已知来解决。实现Y-型平面图形面积的求解。</p> <p>2. 引出本次课的基本内容</p> <p>通过教师引导思考，讨论总结，最后发现X-型与Y-型平面图形面积的定积分模型构建之间的众多相似之处，从而可以将所学知识转化为已学内容进行理解和掌握。</p> <p>3. 课程思政</p> <p>通过元素法原理学习、课中教学等环节活动的开展，培养学生换角度思考问题的细节能力、知识的迁移构建能力。</p> | 10 |
| 三、<br>例题<br>讲解<br><br>(探索) | <p>1. 例题示范-两种方法对比</p> <p>为检验重点内容的学习成效，通过利用X-型和Y-型两种方法对【例1】进行讲解。</p> <p>2. 布置课中任务</p> <p>教师根据例题类似题型，布置课中任务，学生分小组合作完成。</p>  <p>3. 教师对两种方法进行</p>                                                                                                                       | <p>1. 听课、思考</p> <p>2. 自由讨论，完成课中任务与在线随堂测验题</p> <p>学生练习尝试利用“超级计算器画图”，列出平面面积的定积分表达式，并利用matlab软件和超级计算器求解定积分。</p>                                                                                | <p>1. 熟练掌握Y-型面积求解的基本方法</p> <p>通过matlab、超级计算器等建模工具的辅助，完成例题的学习，进而使学生了解X型与Y型平面图形面积的建模方法的原理与要点。</p> <p>2. 教学重点的巩固</p> <p>通过例题讲解、练习巩固，利用等建模工具辅助，解决教学重点。</p> <p>3. 举一反三</p> <p>通过课中任务的练习，达到举一反三，巩固基础理论的效果。</p>                                                                      | 10 |



## 对比分析与讲解

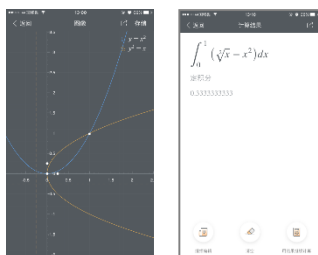
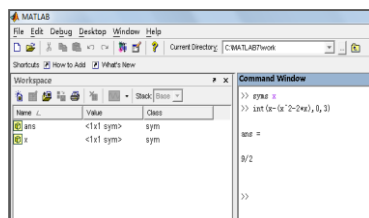
教师通过例题讲解，分

析并强调在构建定积分模型求解平面图形



面积时，选择合适积分变量的重要性。

4. 知识点随堂测试，适时调整教学策略。



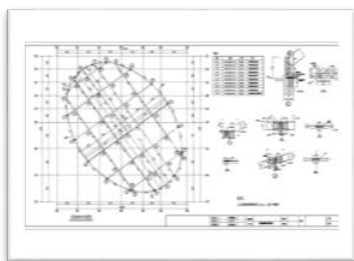
## 3. 建模工具的使用



认真听讲，尝试利用建模工具matlab、超级计算器画图并计算定积分。

## 四、建模

### 1. 任务讲解，回顾课前【任务3】具体要求



回到前一节课的课前【任务3】引导学生下一步任务，考虑利用Y-型模型来解决建筑物占地面积求解。

### 2. 确定实际建筑物边界曲线

教师再次演示 spss 数据拟合过程，解决平面图形边界曲线表达式的问题。得到边界曲线，初步解决教学难点。建筑的边界曲线为：

$$\frac{x^2}{1089} + \frac{y^2}{529} = 1$$

### 1. 小组讨论

结合任务数据，根据任务要求，进行深入分析，寻求最佳解决方案。

### 2. 根据对称性简化问题

$$x = \pm \sqrt{1089 - \frac{1089}{529} y^2}$$

建立直角坐标系，根据对称性，其面积可等于第一象限面积的4倍。

### 3. 课上竞赛活动-构建Y-型定积分模型

小组建模求解【任务3】，并以模型计算精度作为评价标准，开展课上竞赛，评选出最优小组。占地面积最佳模型：

$$S = 4 \int_0^{23} \sqrt{1089 - \frac{1089}{529} y^2} dy \approx 2383 (m^2)$$

### 1. 以Y-型面积模型，解决实际问题

完成重点内容学习之后，通过实际建筑物占地面积的求解，使学生全面掌握不同积分变量的面积模型构建方法。

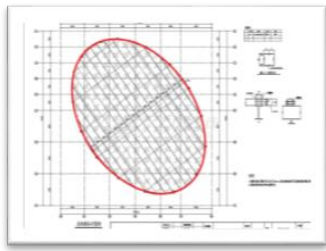
### 2. 攻克教学难点

使用建模工具，解决部分学生不会画图和计算积分困难的问题，积分计算将不再是困难，将学生的学习关注点引导至Y-型、X-型面积模型的构建上来。

### 3. 课程思政

通过任务合作、课上竞赛，培养学生精益求精的工匠精神，树立学习的自信心

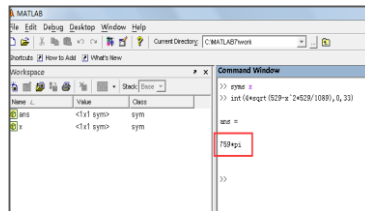




### 3. 组织课上竞赛活动-下场指导

小组建模求解【任务3】，并以模型计算精度作为评价标准，开展课上竞赛，评选出最优小组。

### 4. 组织学生完成互评、自评活动



### 4. 小组分享心得、完成互评、自评活动

各小组针对建模过程、任务难点等分享心得，并完成小组互评、自评，评选最优小组。

### 1. 归纳总结

总结本次课的主要内容，强调重点和难点，突出重点。

### 2. 评价

根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生，并根据学生个人的建模能力、团队合作、基础理论、计算机操作、任务

### 1. 聆听，完成、自评、互评

### 2. 明确课后必选作业

### 3. 挑战进阶任务(可选项)



以图中小区绿化面积求解为目标的建模进阶任务。

### 4. 完成初步评价

小组互评、自评等，合理评价本组与其他组的表现。

### 5. 总结提升

学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。

### 1. 课堂评价

收集学生各环节的学习数据。

### 2. 进阶任务

以小区实际绿化面积的求解为进阶任务，巩固提升学生的实际建模能力。使学生能够认识到定积分求解平面图形的面积在建工技术专业中的应用，为后续专业学习奠定基础；

### 3. 拓展提高

完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。



完成度等纵向数据，给出相应用的学习提升建议。

小组成员个人能力情况

### 3. 课后提升

布置必选作业的同时，因现实问题中不规则平面图形面积复杂多变，我们选取了小区绿化面积的求解作为学生

|              | <p>的进阶任务，鼓励学生挑战，巩固提升学生的实际建模能力。</p> <p>4. 个人学习建议（教师课后完成）</p> <p>教师根据学生个人建模能力、团队合作、基础理论、计算机操作、任务完成度等能力情况数据，给出相应的学习建议。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|----|------|-----|----|
| 教学评价         | <p>过程性评价+拓展性评价相结合：</p> <p>考核评价根据课前、课中、课后任务完成情况，课堂考勤，以及学生自评、小组互评、教师评价等方面对学生进行多维综合评价。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
| 课后作业布置： 练习十五 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |     |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
| 课后反思         | <p>1. 特色创新</p> <p>(1) 将数学建模方法融入教学，解决了传统教学中部分学生不会画图和积分计算困难的问题，相比传统教学更易实现教学目标，攻克教学难点；</p> <p>(2) 教学案例与建工技术专业相结合，同时利用动画、视频动态展示元素法，使学生直观理解元素法基本原理，这是学生正确列出定积分表达式求解平面图形面积的基础；</p> <p>2. 课程思政</p> <p>(1) 通过任务合作、课上竞赛比拼模型精度，培养了学生精益求精的工匠精神，相互帮助的人生品格，提高了数学学习的自信心；</p> <p>(2) 通过动态展示元素法原理，使学生直观理解元素法，同时培养了学生化繁为简的“微元”思路、由宏观到微观的细节观察能力，融合团队与理性平和做事的人格品德；</p> <p>(3) 通过环环相扣的课堂活动，小组合作探究，充分发挥了学生的学习主体作用，团队合作意识加强，学生“学困率”明显降低，提高了学生学习兴趣。</p> <p>3. 教学效果</p> <p>(1) 定积分在平面图形面积的计算中，有着明显的优势，本次课主要针对定积分在不规则平面图形面积计算中的应用，通过本次课的教学设计，使学生进一步深刻理解到定积分在建筑、平面设计、不规则图形面积求解中的重要应用，教学效果良好。A</p> <p>(2) 通过试卷分析，结果显示学生对于教学内容掌握情况明显改善；</p> <p>(3) 学生的数学建模能力显著提升，2015-2022学生参加数学建模竞赛获省级以上奖项103余项，充分体现了《高等数学》教学中融入“数学建模方法”和“以赛促教”的良好教学效果；</p> <div><p>试卷分析（平面图形面积知识点错误率对比）</p><table><thead><tr><th>知识点</th><th>创新前</th><th>创新后</th></tr></thead><tbody><tr><td>总错误率</td><td>65%</td><td>28%</td></tr><tr><td>模型构建</td><td>28%</td><td>17%</td></tr><tr><td>模型求解</td><td>11%</td><td>2%</td></tr><tr><td>曲线画图</td><td>30%</td><td>0%</td></tr></tbody></table></div> |     |  | 知识点 | 创新前 | 创新后 | 总错误率 | 65% | 28% | 模型构建 | 28% | 17% | 模型求解 | 11% | 2% | 曲线画图 | 30% | 0% |
| 知识点          | 创新前                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 创新后 |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
| 总错误率         | 65%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 28% |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
| 模型构建         | 28%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 17% |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
| 模型求解         | 11%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 2%  |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
| 曲线画图         | 30%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0%  |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |
|              | <p>4. 反思诊改</p> <p>定积分的应用相对于高职学生的知识基础来说，还是存在一定的困难，在教学</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |     |  |     |     |     |      |     |     |      |     |     |      |     |    |      |     |    |

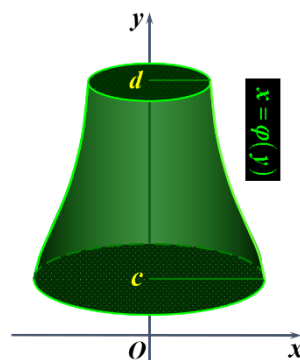
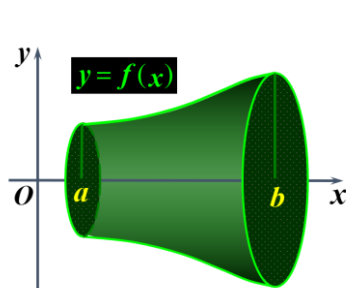
过程中，一定可结合实际案例，重点讲解如何构建定积分模型，结合手机软件简单计算过程，才能有效激发学生的学习兴趣。

## 教学方案 24：定积分的应用-旋转体的体积

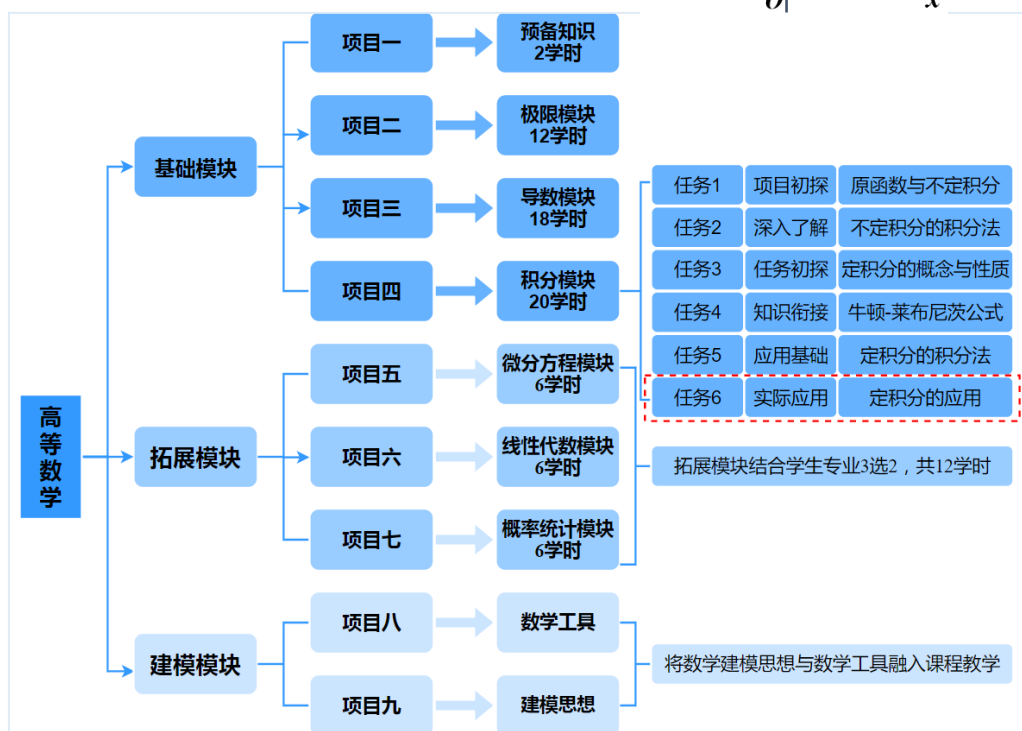
|      |                      |      |         |
|------|----------------------|------|---------|
| 课程名称 | 高等数学                 | 课程类别 | 公共必修课   |
| 授课专业 | 建筑工程技术专业             | 授课年级 | 大一(下学期) |
| 章节名称 | 项目四 任务6 定积分的应用-旋转体体积 | 计划学时 | 2 学时    |

本次课的内容为项目四第七模块“定积分的应用——旋转体的体积”的第一个知识点：绕X轴旋转的体积求解，主要任务是利用  $V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx, (a \leq x \leq b)$ 、

$V = \int_c^d \pi [\phi(y)]^2 dy, (c \leq y \leq d)$  模型，求解绕X轴旋转的旋转体体积。同时，针对发电厂冷却塔体积求解问题，能够利用所学理论，构建定积分模型解决实际问题。



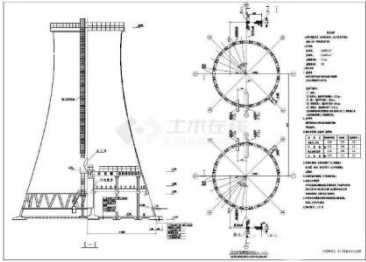
### 教学内容

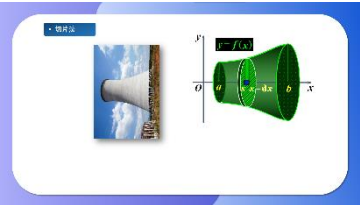
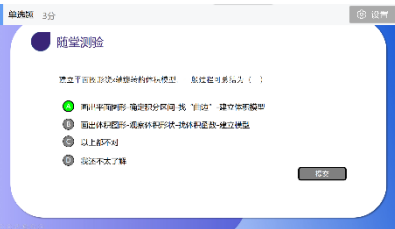


|      | 知识目标                                             | 能力目标                                                 | 素质目标                            |
|------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 任务目标 | 1. 进一步熟练元素法基本原理；<br>2. 掌握平面图绕X轴旋转的旋转体体积的定积分建模方法。 | 1. 能够熟练利用建模工具，选择合适的积分变量，进行定积分建模与求解；<br>2. 加深对元素法的理解， | 培养合作学习、团队协作解决实际问题的能力、精益求精的工匠精神。 |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                     |                             |        |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|--------|
|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 形成完整的定积分建模能力。                       |                             |        |
| 学情分析          | 优势                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 劣势                                  |                             |        |
|               | 1. 已经基本掌握了元素法基本原理<br>2. 已经掌握了利用数学建模软件的简单操作<br>3. 具备一定的分析、归纳综合等建模基本能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 空间问题转化为平面问题的能力还有待提升。                |                             |        |
| 教学<br>重点、难点   | 重点：直角坐标下，平面图形绕 X 轴 Y 轴旋转的体积模型构建<br>难点：如何确定体积模型的参数（积分区间、被积函数等）                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                     |                             |        |
| 教学过程<br>设计思路  | 本次课是学生定积分的概念和计算的后续学习，前一小节定积分的元素法在几何上的应用为此次课的学习做了铺垫。整个教学以任务引领，小组合作等方式完成。<br>课前：课前两周，教师根据学生实际情况，对学生划分小组，并通过学习通平台向学生推送微课、自建的精品资源课，发布课前任务。学生完成任务后上传任务成果与方案，教师根据任务完成情况，修订与确认教学方案。<br>课中：在小组课前任务基础上，以发电厂冷却塔的体积求解为目标，结合线上五步法，分引导、展示、探索、建模、评价五个环节，采用任务驱动，小组合作探究等教学方法开展教学，利用数学建模工具攻克难点，实现教与练的有机结合。同时通过课上小组模型精度比拼竞赛的方式，调动学生数学学习积极性，培养精益求精的工匠精神。<br>课后：布置必选作业的同时，鼓励学生挑战进阶任务，以某品牌矿泉水瓶的容积求解为目标，巩固提升学生的建模能力。学生通过平台复习、完成作业与在线测验，并可通过课程讨论模块进行师生个性化互动，教师对学生的学习数据实时监测统计。 |                                     |                             |        |
| 教学资源          | ✧ 数学工具(SPSS统计软件、Matlab建模工具、微软数学APP、wolframalpha在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a>                                                                                                                                   |                                     |                             |        |
| 教学策略<br>与方法   | 围绕教学重难点，采用任务驱动法展开教学，依据以信息技术为手段，以任务引领，小组合作的方式组织教学。同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、空间立体思维与数形转换能力有待提升等特点，将数学建模方法融入教学中，借助 Matlab 工具、超级计算器手机软件、Spss 统计分析软件，结合动画、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                     |                             |        |
| 教学活动安排-第 1 节课 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                     |                             |        |
| 步骤            | 教师活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 学生活动                                | 设计意图                        | 时间(分钟) |
| 课前            | 发布课前任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1. 完成课前任务<br>收集生活中旋转体建筑物、物体等照片；预习定积 | 1. 巩固复习<br>学生通过课前预习，进一步巩固基础 | 课前两周   |



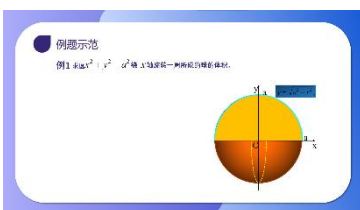
|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                    |           |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <p><b>准备</b></p>     | <p>课前两周，共享相关学习资源，并布置本次课的三个课前任务：</p>  <p><b>【任务1】：</b>在雨课堂教学平台预习《定积分的应用2-旋转体》课件、微课。</p> <p><b>【任务2】：</b>各组同学收集生活中“旋转体”照片；</p> <p><b>【任务3】：</b>结合所给数据，以发电厂冷却塔体积求解为目标，分小组制定解决方案。</p>                  | <p>分应用相关知识；</p> <p><b>2. 小组探究</b></p> <p>小组现场结合教师所给的<b>【任务3】</b>的相关数据分析、讨论，初步设计与求解<b>【任务3】</b>的最佳方案；</p>  <p><b>3. 平台互动</b></p> <p>小组完成后，上传任务成果与方案。</p> | <p>知识，熟悉本次课教学内容。</p> <p><b>2. 精确把握学情</b></p> <p>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，从而及时修订教学方案，真正达到因材施教。</p> <p><b>3. 拓展学习时间与空间</b></p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p>                          |           |
| <p><b>一、导入新课</b></p> | <p><b>1. 引入</b></p> <p>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，从问题着手，激发学生的探索欲。</p> <p><b>2. 提出问题</b></p> <p>结合课前任务，提出三个问题：</p> <p>(1) “生活中哪些物体或建筑物能看作旋转体？”</p> <p>(2) 课前<b>【任务3】</b>中冷却塔的体积如何求解？</p> <p>(3) 现实问题如何转化为数学建模问题？</p> <p><b>3. 播放视频</b></p> <p>展示学生课前收集的图片，提出问题：是否可以利用定积分的元素法来求解此类旋转体的体积？</p> | <p><b>1. 合作探究</b></p> <p>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p> <p><b>2. 观看视频</b></p> <p>欣赏同学们课前收集的旋转体照片同时，交流经验，了解本次课所学内容用途的泛性。</p>                                                                                                                  | <p><b>1. 激发学习兴趣</b></p> <p>结合专业中工程量收方工作，提出三个问题，引导学生思考“现实问题如何转化为数学问题”，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p><b>2. 明确方向</b></p> <p>了解本次课主要学习方向，通过学生课前图片展示，使学生了解到本次课学习内容的用途，对定积分在旋转体体积中的应用有一定的认识。</p> | <p>5</p>  |
| <p><b>二、汇报展示</b></p> | <p><b>1. 教师主导</b></p> <p>引导学生思考解决旋转体体积求解具体过程。</p> <p><b>2. 整理步骤</b></p> <p>教师根据学生任务汇报情况，对任务步骤</p>                                                                                                                                                                                   | <p><b>1. 方案提交</b></p> <p>学生分组汇报展示课前任务方案，并回答其他小组提问。</p> <p><b>2. 小组讨论</b></p> <p>发现求解课前任务中旋转体体积关键难点是寻找和</p>                                                                                                                               | <p><b>1. 现实与理论的桥梁</b></p> <p>通过任务汇报展示，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，用定积分的元素</p>                                                                                                       | <p>10</p> |

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |           |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
|                  | <p>进行整理。</p> <p><b>3. 提出问题</b></p> <p>根据汇报情况，发现学生解决问题过程中对空间问题分析不够透彻，数形转换存在一些不足，引导学生思考：完成任务的关键是什么？</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>确定旋转前平面图形的“曲边”。</p> <p><b>3. 学生讨论：完成任务的关键是什么？</b></p> <p>最后确定主要存在两个关键问题：</p> <p><b>关键1：</b>将旋转体“返璞归真”，如何寻找旋转之前的平面图形的“曲边”</p> <p><b>关键2：</b>如何利用定积分表示旋转体的体积。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>法，实现旋转体体积的求解。</p> <p><b>2. 引出问题</b></p> <p>通过教师引导思考，讨论总结，找出任务完成的关键步骤。</p> <p><b>3. 提炼关键</b></p> <p>通过对课前任务的汇报、总结、回答其他小组提问环节，使学生对绕X轴旋转的体积的定积分建模求解有更深层次的了解，从而提炼出完成任务的关键过程。</p>                                                                                                                |           |
| <p>三、<br/>探索</p> | <p><b>1. 演示 spss 拟合过程</b></p> <p>教师讲解、演示SPSS 软件拟合回归得到边界曲线函数表达式，解决【关键1】。</p> <p><b>2. 元素法原理讲解</b></p> <p>通过PPT 动态展示元素法基本原理，讲解如何利用元素法将绕X轴旋转的旋转体体积转化为定积分，解决【关键2】。</p> <div data-bbox="228 1218 588 1422">  </div> <p>化为定积分，解决【关键2】。</p> <p><b>3. 解决教学重点</b></p> <p>根据元素法原理方法，讲解计旋转体体积的定积分模型构建，使学生理解旋转体的体积可以用“圆的面积表达式<math>\pi r^2</math>的定积分”来表示。</p> $V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx, (a \leq x \leq b)$ <p><b>4. 讲解【例1】</b></p> <p>详细讲解【例1】，并演示建模工具</p> | <p><b>1. 听课、思考</b></p> <p><b>2. 自由讨论</b></p> <div data-bbox="611 1034 1007 1252">  </div> <p><b>3. 小组完成课中任务</b></p> <div data-bbox="611 1346 984 1547">  </div> <p>利用手机APP”超级计算器” matlab进行计算</p> <p><b>4. 完成知识点随堂测试题</b></p> <div data-bbox="611 1697 1007 1924">  </div> | <p><b>1. 解决关键问题</b></p> <p>针对上一环节提炼的两个关键问题，通过spss统计软件完成关键1中边界曲线表达式的确定，进而使学生了解绕X轴旋转的体积的建模方法。</p> <p><b>2. 举一反三</b></p> <p>通过例题讲解、练习巩固，达到举一反三的效果。针对部分学生计算积分困难的问题，引入matlab、超级计算器等建模工具，掌握旋转体体积的定积分建模具体方法，着力解决教学重点。</p> <p><b>3. 课程思政</b></p> <p>通过元素法原理学习、课中任务等环节活动的开展，培养学生关注本质，返璞归真分析事物本质的品质。</p> | <p>15</p> |

matlab、超级计算器画图并计算定积分。

## 5. 布置、总结课中任务

以例 2 作为小组课中任务，学生完成后，

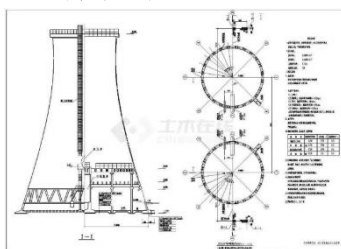


教师对课中任务完成情况进行总结。

## 6. 知识点随堂测试，调整教学策略

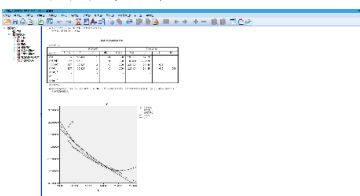
设置随堂测验，实时了解学生掌握情况，调整教学策略。

### 1. 任务讲解



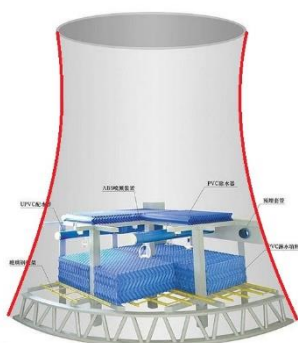
教师对课前【任务 3】具体要求进行讲解，引导学生下一步任务。

### 2. 演示讲解



教师再次演示 spss 数据拟合过程，初步得到建筑物的边界曲线表达式：

$$\frac{y^2}{400} - \frac{x^2}{500} = 1$$



### 3. 教师引导

### 1. 小组讨论

结合任务数据，根据任务要求，进行深入分析，寻求最佳解决方案。

### 2. 发现问题

经过深入分析，发现确定冷却塔的边界曲线成为制约任务的难点。

### 3. 课上竞赛活动-全面攻克难点

小组建模求解【任务 3】，并以模型计算精度作为评价标准，开展课上竞赛，评选出最优小组。体积最佳模型：

$$S = \pi \int_{-60}^{60} \left( \frac{4x^2}{5} + 400 \right) dx \\ \approx 163200 \pi (m^3)$$



### 4. 分享心得，完成评价

各小组针对建模过程、任务难点等分享心得，并完成小组互评、自评，评选最优

### 1. 解决课前【任务 3】

完成重点内容学习之后，回归现实，解决课前【任务 3】，通过实际建筑物体积的求解，使学生进一步掌握定积分建模的实际应用能力。

### 2. 攻克教学难点

手机软件“超级计算器”绘图功能直观展示面积构成，很好地解决了学生因画图错误而无法正确选择被积函数的问题，从而化解教学难点。使用 matlab 工具或手机软件“超级计算器”进行定积分计算，此软件无需编程即可操作，提高教学效果。

### 3. 课程思政

通过任务合作、课上竞赛，培养学生竞争意识，团队合作能力，同时提高数学学习的自信心

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                    |   |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
|                | <p>教师引导学生合作学习，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学，全面攻克教学难点。</p> <p><b>4. 调整策略</b></p>                                                                                                                                                                                                                                        | 小组。                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                    |   |
| 五、<br>课堂<br>小结 | <p><b>1. 归纳总结</b><br/>总结绕X-旋转的体积分建模方法。</p> $V_x = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ <p><b>2. 评价</b><br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 课后提升：</b><br/>布置必选作业的同时，思考三个问题：<br/>(1) 思考如果利用Y作为积分变量，如何构建坐标系？<br/>(2) 如何计算平面图形绕Y-轴旋转一周的体积？<br/>(3) 结合所给数据，以课前【任务3】中，如果用Y作为积分变量，如何求解？</p> | <p><b>1. 聆听，完成、自评、互评</b><br/><b>2. 思考三个问题，完成任务</b><br/><b>3. 总结提升</b><br/>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> | <p><b>1. 课堂评价</b><br/>根据学生各环节的学习数据分析，有针对性地给出学习建议。</p> <p><b>2. 为下一堂课作铺垫</b><br/>通过小组思考与完成这三个问题，引出下一堂课的平面图形绕Y轴旋转一周体积的求解。为后续学习奠定基础；</p> <p><b>3. 进阶提升</b><br/>完成思考问题的同时，在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> | 2 |

课间休息10分钟

设置简单思考问题供有兴趣的同学思考，教师根据上次课的线上、线下作业记录和本次课掌握情况，与相应学生当面座谈，了解学生遇到的困难，必要时做好记录，以便改进教学。

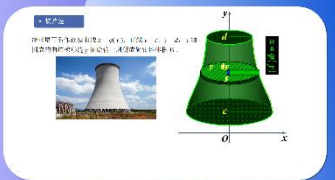
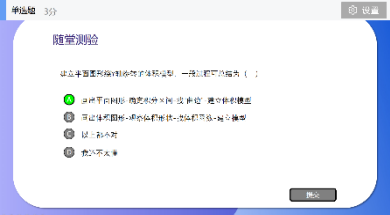
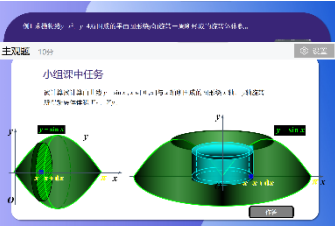
## 教学活动安排-第 2 节课

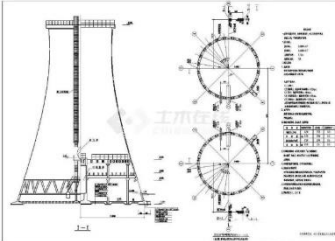
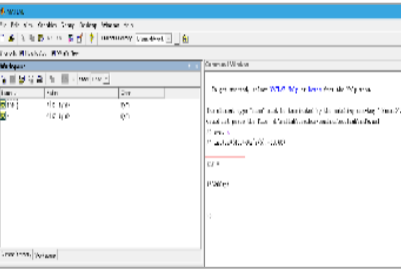
| 步骤       | 教师活动                                                                                                                | 学生活动                                                                                                                          | 设计意图                                                                                                                                | 时间( 分钟 ) |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 思考<br>问题 | <p>在上一节课结束时，教师提出三个问题，学生分组讨论与思考：</p> <p>(1) 思考如果利用Y作为积分变量，如何构建坐标系？<br/>(2) 如何计算平面图形绕Y-轴旋转一周的体积？<br/>(3) 结合所给数据，以</p> | <p>1. 思考教师设置的三个问题，小组讨论；<br/>2. 小组结合平面图形绕X轴旋转体积模型的建模方法，利用SPSS统计软件、手机软件超级计算器、Matlab建模工具，初步设计【任务3】的解决方案；<br/>3. 参与学习讨论，师生互动。</p> | <p><b>1. 明确本次课学习内容</b><br/>通过小组讨论，完成这三个问题，了解到平面图形绕Y轴旋转一周体积的求解。</p> <p><b>2. 了解学生掌握情况</b><br/>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，根据学生掌握情况，调整教</p> | 课间       |



|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                | <p>课前【任务3】中体积求解为目标，如果用Y作为积分变量，如何求解？</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                | 学难度，因材施教。                                                                                                                                                                                                                                        |    |
| 一、<br>问题<br>导入 | <p><b>1. 引入</b><br/>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，从问题着手，激发学生的探索欲。</p> <p><b>2. 引导学生思考</b><br/>引导学生深入思考、讨论课前提出三个问题：<br/>(1)思考如果利用Y作为积分变量，如何构建坐标系？<br/>(2)如何计算平面图形绕Y-轴旋转一周的体积？<br/>(3)结合所给数据，以课前【任务3】中体积求解为目标，如果用Y作为积分变量，如何求解？</p> <p><b>3. 引导学生小组合作探究，思考三个问题，并适当指导</b></p>                                                                               | <p><b>1. 小组合作探究</b><br/>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，。</p> <p><b>2. 思考问题</b><br/>针对教师提出三个递进式的问题，结合已经掌握的绕X轴旋转体体积的建模方法，思考如何解决这三个问题。</p> <p><b>3. 初步探索绕Y轴旋转的体积建模思路</b><br/>根据元素法，思考在边界曲线分段的情况下，尝试利用y作为积分变量，构建模型求解的大致思路。</p> | <p><b>1. 激发学生的探索欲</b><br/>通过三个递进式问题，引导学生思考“现实问题如何转化为数学问题”，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p><b>2. 初步认识教学内容</b><br/>明确本次课主要学习方向，使学生基本明确学习内容，从而有目的地学习。</p>                                                                                                     | 5  |
| 二、<br>概念<br>引出 | <p><b>1. 梳理课前三个问题</b><br/>教师根据学生平台互动与三个问题的回答情况，教师对三个问题进行梳理。引导学生利用元素法完成建模。</p> <p><b>2. 引入绕Y轴旋转体体积模型</b><br/>经过学生小组讨论，教师引导，最后确定绕Y轴旋转的元素表达式：<br/><math display="block">\Delta V = \pi \rho^2(y) dy</math><br/>根据元素法，可得：<br/><math display="block">V_y = \pi \int_c^d \rho^2(y) dy</math></p> <p><b>3. 教师讲解</b><br/>教师详细讲解绕Y轴旋转的体积模型的原理与要点。</p> | <p><b>1. 积极思考三个问题</b><br/>结合元素法和已经掌握的绕X轴旋转的建模方法，积极思考绕Y轴旋转的体积求解过程。</p> <p><b>2. 小组讨论</b><br/>经过教师对三个课前问题简单梳理与提示后，小组进一步有针对性的讨论，总结任务步骤进行整理。</p> <p><b>3. 认真听讲</b><br/>认真听教师讲解元素法构建绕Y轴旋转的方法与要点。</p>                | <p><b>1. 已有知识的平移</b><br/>通过三个问题的解决，使学生了解到旋转体体积的模型变量还可以是边界曲线中的因变量y，将未知转化为已知来解决。实现平面图形绕Y轴旋转的体积解。</p> <p><b>2. 引出教学内容</b><br/>通过教师引导思考，讨论总结，最后发现绕X轴旋转与绕Y轴旋转的体积模型构建之间的众多相似之处，从而可以将所学知识转化为已学内容进行理解和掌握。</p> <p><b>3. 课程思政</b><br/>通过元素法原理学习、课中教学等环</p> | 10 |



|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 节活动的开展，培养学生换角度思考问题的细节能力、知识的迁移构建能力。                                                                                                                                                                                                                                               |    |
| 三、探索 | <p>1. 演示 spss 拟合过程</p> <p>教师讲解、演示 SPSS 软件拟合回归得到边界曲线函数表达式，解决【关键 1】。</p> <p>2. 微元法原理讲解</p> <p>通过 PPT 动态展示微元法基本原理，讲解如何利用微元法将绕 Y 轴旋转的旋转体体积转化为定积分，解决【关键 2】。</p> <p>3. 解决教学重点</p>  <p>根据微元法原理方法，讲解计旋转体体积的定积分模型构建，使学生理解旋转体的体积可以用“圆的面积表达式 <math>\pi r^2</math> 的定积分”来表示。</p> $V = \int_c^d \pi [\phi(y)]^2 dy, (c \leq y \leq d)$ <p>4. 例题讲解</p> <p>讲解例题，并演示建模工具 matlab、超级计算器等建模工具计算定积分。</p> | <p>1. 听课、思考</p> <p>2. 回答问题</p>  <p>3. 小组完成课中任务</p>  <p>利用手机 APP “超级计算器” matlab 进行计算</p> <p>4. 完成知识点随堂测验题</p>  | <p>1. 解决关键问题</p> <p>针对上一环节提炼的两个关键问题，通过 spss 统计软件完成关键 1 中边界曲线表达式的确定，进而使学生了解绕 Y 轴旋转的体积的建模方法。</p> <p>2. 举一反三</p> <p>通过例题讲解、练习巩固，达到举一反三的效果。针对部分学生计算积分困难的问题，引入 matlab、超级计算器等建模工具，掌握旋转体体积的定积分建模具体方法，着力解决教学重点。</p> <p>3. 课程思政</p> <p>通过微元法原理学习、课中任务等环节活动的开展，培养学生关注本质，返璞归真分析事物本质的品质。</p> | 15 |
|      | <p>5. 布置课中任务</p> <p>根据小组课中任务完成请况，给出相应的</p>  <p>提升建议。</p> <p>6. 知识点随堂测验，调整教学策略</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |

|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
|                         | <p>随堂小测验，实时了解学生知识点掌握情况，及时调整教学策略。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |
| <p>四、<br/>建模</p>        | <p><b>1. 任务讲解</b><br/>教师对课前【任务3】具体要求进行讲解，引导学生下一步任务。</p>  <p><b>2. 演示讲解</b><br/>教师再次演示 spss 数据拟合过程，初步得到建筑物的边界曲线表</p>  <p>达式：</p> $\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{500} = 1$ <p><b>3. 教师引导</b><br/>教师引导学生合作学习，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学，全面攻克教学难点。</p> <p><b>4. 调整策略</b><br/>教师根据学生掌握情况，调整教学难度和建模工具的使用要求。</p> | <p><b>1. 小组讨论</b><br/>结合任务数据，根据任务要求，进行深入分析，寻求最佳解决方案。</p> <p><b>2. 发现问题</b><br/>经过深入分析，发现确定冷却塔的边界曲线成为制约任务的难点。</p> <p><b>3. 课上竞赛活动-全面攻克难点</b><br/>小组建模求解【任务3】，并以模型计算精度作为评价标准，开展课上竞赛，评选出最优小组。体积最佳模型：</p> $V_y = \pi \int_{-60}^{60} (400 + \frac{4y^2}{5}) dy$ $\approx 163200 \pi (m^3)$  <p><b>4. 分享心得，完成评价</b><br/>各小组针对建模过程、任务难点等分享心得，并完成小组互评、自评，评选最优小组。</p> | <p><b>1. 解决课前【任务3】</b><br/>完成重点内容学习之后，回归现实，解决课前【任务3】，通过实际建筑物体积的求解，使学生进一步掌握定积分建模的实际应用能力。</p> <p><b>2. 攻克教学难点</b><br/>手机软件“超级计算器”绘图功能直观展示面积构成，很好地解决了学生因画图错误而无法正确选择被积函数的问题，从而化解教学难点。使用matlab工具或手机软件“超级计算器”进行定积分计算，此软件无需编程即可操作，提高教学效果。</p> <p><b>3. 课程思政</b><br/>通过任务合作、课上竞赛，培养学生竞争意识，团队合作能力，同时提高数学学习的自信心</p> | <p>8</p> |
| <p>五、<br/>课堂<br/>小结</p> | <p><b>1. 归纳总结</b><br/>总结绕Y-旋转的体积定积分建模方法。</p> $V_y = \pi \int_c^d \varphi^2(y) dy$ <p><b>2. 评价</b><br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p><b>1. 聆听，完成、自评、互评</b><br/><b>2. 思考三个问题，完成任务</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p><b>1. 课堂评价</b><br/>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b><br/>以生活中最为常见的矿泉水体积的求解为进阶任务，巩固提升学生的实际建模能力。使学生能够深</p>                                                                                                                                                                                             | <p>2</p> |

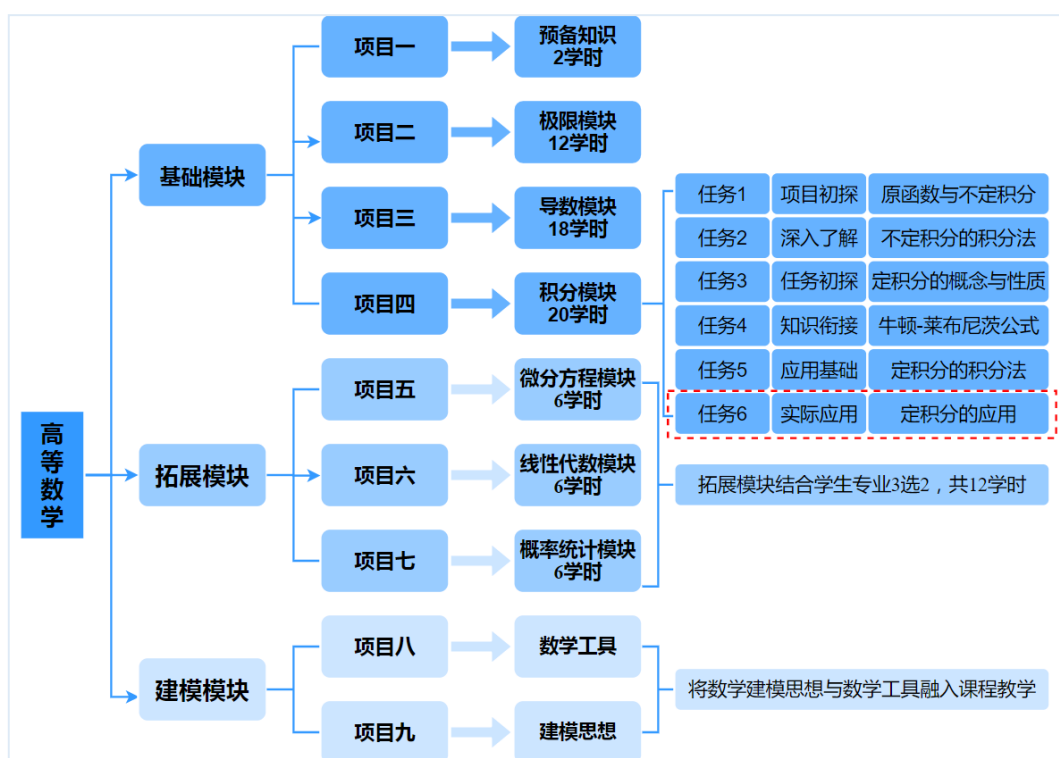
|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                            |                                                                                                                |  |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|                            | <p>前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b></p> <p>布置必选作业的同时，并鼓励学生挑战进阶任务，以矿泉水瓶的体积求解为目标，巩固提升学生的建模能力。教师对学生的学数据实时监测统计。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p><b>3. 总结提升</b></p> <div></div> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> | <p>刻认识到定积分在生活中的广泛应用，激发学习兴趣。</p> <p><b>3. 拓展提高</b></p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |  |
| <p><b>教学评价</b></p>         | <p><b>过程性评价+拓展性评价相结合：</b></p> <p>考核评价根据课前、课中、课后任务完成情况，课堂考勤，以及学生自评、小组互评、教师评价等方面对学生进行多维综合评价。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                            |                                                                                                                |  |
| <p><b>课后作业布置： 练习十六</b></p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                            |                                                                                                                |  |
| <p><b>课后反思</b></p>         | <p><b>1. 特色创新</b></p> <p>(1) 将数学建模方法融入教学，有效地简化了定积分的计算问题，错误率降低明显，突出定积分应用的建模要点；</p> <p>(2) 通过实际案例，引人入胜，理论讲解与实际应用有机结合，有效激发学生学习兴趣。</p> <p><b>2. 课程思政</b></p> <p>(1) 通过任务合作，培养了学生相互帮助的人生品格。小组之间的课上竞赛锻炼和培养了学生精益求精的工匠精神，</p> <p>(2) 通过环环相扣的课堂活动，小组合作探究，充分发挥了学生的学习主体作用，团队合作意识加强，学生“学困率”明显降低，提高自信心。</p> <p><b>3. 教学效果</b></p> <p>(1) 旋转体的体积求解，是定积分在几何中的重要应用，通过学生比较熟知的“圆锥”、发电场的冷却塔等案例的引入，使得学生对旋转体有了更深层次的理解。</p> <p>(2) 学生的数学建模能力显著提升，2015-2022学生参加数学建模竞赛获省级以上奖项103余项，充分体现了《高等数学》教学中融入“数学建模方法”和“以赛促教”的良好教学效果。</p> <p><b>4. 反思诊改</b></p> <p>旋转体需要一定的空间想象能力，在教学中，教师应该多结合多媒体动画动态展示旋转体形状，再通过一些简单的现实案例讲解适当降低抽象数学的难度，突出知识点的现实应用。</p> |                                                                                                                                                            |                                                                                                                |  |

## 教学方案 25：定积分的应用-物理中的应用

|      |                     |      |         |
|------|---------------------|------|---------|
| 课程名称 | 高等数学                | 课程类别 | 公共必修课   |
| 授课专业 | 建筑工程技术专业            | 授课年级 | 大一(下学期) |
| 章节名称 | 项目四 任务6 定积分的应用-物理应用 | 计划学时 | 2 学时    |

本次课的内容为项目四任务6“定积分的应用——物理中的应用”，主要学习定积分在变力做功等方面的应用，主要学习定积分在水压力、流量等方面的应用，任务是利用元素法，将物理问题转化为定积分模型进行求解。同时，能够利用所学理论，针对土木工程明渠流量计中常用三角堰流量计算问题，构建定积分模型研究其流量原理。构建定积分模型研究其做功问题。

### 教学内容



|      | 素质目标                                                                    | 知识目标                                                               | 能力目标                                                                |
|------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 任务目标 | 培养合作学习、团队协作解决实际问题的能力、精益求精的工匠精神                                          | 1. 熟练掌握微元法基本原理；<br>2. 元素法在物理应用中的具体建模过程。                            | 1. 能够熟练利用建模工具，选择合适的积分变量，进行定积分建模与求解；<br>2. 加深对微元法的理解，形成对解决实际问题的建模能力。 |
|      | 优势                                                                      | 劣势                                                                 |                                                                     |
| 学情分析 | 1. 已经基本掌握了定积分在几何中的应用<br>2. 已经掌握了利用数学建模软件的简单操作<br>3. 具备一定的分析、归纳综合等建模基本能力 | 物理原理与基础较弱，对实际物理中原理的掌握还有待提高。如何简化物理原理，突出数学模型，克服学生的畏难情绪，是本次课所面临的主要问题。 |                                                                     |



|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 教学重点、<br>难点      | <b>重点：</b> 利用元素法分析现实问题<br><b>难点：</b> 物理原理转化为数学问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 教学过程<br><br>设计思路 | <p>本次课是定积分应用的第三个内容，定积分在物理中的应用。通过前面的学习，学生基本掌握了元素法在几何上的应用。本次课采用任务引领，教师讲授，小组合作等方式完成教学。</p> <p><b>课前：</b>课前两周，教师根据学生实际情况，对学生划分小组，并通过雨课堂教学平台向学生推送微课、自建的精品资源课，共享课程内容相关资料，发布三个课前任务。学生完成任务后上传任务成果与方案，教师根据任务完成情况，分析学生现状，及时修订与确认教学方案。</p> <p><b>课中：</b>在小组课前任务基础上，以几个典型的物理应用实例的解决为目标，结合线上五步法，分引导、展示、探索、建模、评价五个环节，采用任务驱动，小组合作探究等教学方法开展教学，利用数学建模工具攻克难点，实现教与练的有机结合。同时通过课上小组团队协作，速度与精度比拼，调动学生数学学习积极性的同时，培养精益求精的工匠精神。</p> <p><b>课后：</b>布置必选作业的同时，鼓励学生挑战进阶任务，以不同型号的活塞做功问题求解为目标，巩固提升学生的建模能力。学生通过平台复习、完成作业与在线测验，并可通过课程讨论模块进行师生个性化互动，教师对学生的学数据实时监测统计。</p> |
| 教学资源             | <ul style="list-style-type: none"> <li>数学工具(SPSS统计软件、Matlab建模工具、微软数学APP、wolframalpha在线平台)</li> <li>交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台</li> <li>自建《高等数学》精品资源在线课</li> <li>多媒体课件+智慧教室</li> <li>爱课程中国大学资源共享课：<a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a></li> <li>我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)：<a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a></li> </ul>                                                                                                                                                 |
| 教学策略<br><br>与方法  | <p>围绕教学重难点，采用问题引领，任务驱动展开教学，依据以信息技术为手段，以任务引领，小组合作的方式组织教学。同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、物理基础知识较为薄弱等特点，将数学建模方法融入教学中，借助Matlab工具、超级计算器手机软件、Spss统计分析软件，结合动画、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

### 教学活动安排-第 1 节课

| 步骤           | 教师活动                                                                                                                       | 学生活动                                                                                                                                                                                    | 设计意图                                                                                                       | 时间（分钟） |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 课前<br><br>准备 | <p>课前两周，共享相关学习资源，并布置本次课的三个课前任务：</p> <p><b>【任务1】：</b>在雨课堂教学平台预习《定积分的应用-物理应用》课件、微课。</p> <p><b>【任务2】：</b>收集有关物理力学中相关知识原理；</p> | <p>1. 完成<b>【任务1】</b><br/>课前预习，并提问互动；</p> <p>2. 完成<b>【任务2】</b><br/>收集有关定积分在物理力学中应用的案例、原理；</p> <p>3. 讨论分析<b>【任务3】</b><br/>小组合作分析、讨论，结合教师所给的<b>【任务3】</b>的相关数据，利用建模工具，初步设计与求解<b>【任务</b></p> | <p>1. 巩固基础<br/>学生通过课前预习，进一步巩固基础知识，熟悉本次课教学内容。</p> <p>2. 了解学情<br/>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，从而及时修订教学方案，真正达到因</p> | 课前两周   |



|                |                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                       |    |
|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                |  <p><b>【任务3】：</b>结合所给数据，以大众新一代EA211系列发动机为例，以汽车发动机单个活塞做功求解为目标，分小组制定解决方案。</p>                                                                              | <p>3】的最佳方案；</p> <p>4. 上传任务成果</p> <p>小组完成后，上传任务成果与方案。</p>                                                                                                                                   | <p>材施教。</p> <p>3. 拓展学习时空间</p> <p>通过雨课堂教学平台师生实现高效互动与个性化学习。</p>                                                                                                         |    |
| 一、<br>导入<br>新课 | <p>1. 引入</p> <p>教师对课前在学习平台上的回答进行归纳，从问题着手，激发学生的探索欲。</p> <p>2. 提出问题</p> <p>结合课前任务，提出三个问题：（1）元素法在物理中如何应用？</p> <p>（2）课前【任务3】中发动机活塞做功问题如何解决？</p> <p>（3）现实问题如何转化为数学建模问题？</p> <p>3. 展示学生课前收集的案例</p> <p>展示学生课前收集案例、实际问题等，提出问题：如何应用数学方法解决物理问题？</p> | <p>1. 合作探究</p> <p>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p> <p>2. 思考讨论</p> <p>浏览各组同学收集的案例，小组交流经验，从问题的解决出发，了解本次课所学内容用途的泛性。</p>                                                                             | <p>1. 激发学习兴趣</p> <p>结合已学的元素法知识点，提出三个问题，引导学生思考“现实问题如何转化为数学问题”，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p>2. 明确本主题</p> <p>了解本次课主要学习方向，通过小组收集现实问题的展示，使学生了解物理中的数学原理，对定积分元素法在物理中的的应用有明确的认识。</p> | 5  |
| 二、<br>汇报展<br>示 | <p>1. 教师主导</p> <p>引导学生思考解决变力做功求解具体过程。</p> <p>2. 整理步骤</p> <p>教师根据学生任务汇报情况，对任务步骤进行整理。</p> <p>3. 提出问题</p> <p>根据汇报情况，发现学生解决问题过程中对元素法在物理中的应用存在困难，引导学生去伪存真，如何将物理的力学问题转化为数学</p>                                                                  | <p>1. 方案提交</p> <p>学生分组汇报展示课前任务方案，并回答其他小组提问。</p> <p>2. 小组讨论</p> <p>发现求解课前任务3中活塞做功关键难点是“变力”如何用元素法成功分析？</p> <p>3. 学生讨论：将物理问题转化为数学问题的关键是什么？</p> <p>最后确定主要存在两个关键问题：<br/><b>关键1：</b>如何对物理原理进</p> | <p>1. 理解学习重点</p> <p>通过任务汇报展示，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，用定积分的微元法，实现元素法在物理中的应用突破。</p> <p>2. 引出问题</p> <p>通过教师引导思考，讨论总结，找出元素法在物理应用中的关键步骤。</p>                            | 10 |

问题？

行简化，“去伪存真”？

**关键2：**如何找到物理问题中的“元素表达式”？

### 3. 提炼关键步骤

通过对课前任务的汇报、总结等环节，使学生对定积分在物理中的应用有更深层次的了解，从而提炼出完成任务的关键过程。

### 1. 将力学问题转化为几何问题

教师动画动态展示讲解问题中的微元法基本原理，将物理问题转化为数学中的几何问题，解决【关键1】。

### 2. 引导学生分析讨论

教师引导学生，将物理问题转化为数学中的几何问题后，再利用已经所学的几何知识，找到问题中的元素表达式，解决【关键2】。

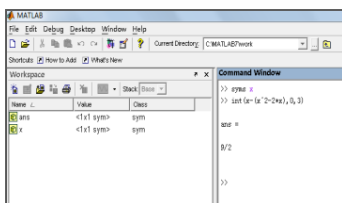
### 3. 解决教学重点

根据微元法原理方法，解决物理应用中的水压力、变力做功中的模型建模方法：

$$W = \int_a^b \text{元素表达式}$$

### 4. 讲解【例1】

详细讲解【例1】，并演示建模工具matlab、超级计算器画



图并计算定积分。

### 5. 布置、总结课中任务

布置小组的课中任务，根据例1类似的方法，小组讨论完成例2，根据小组课中任务完成请况，进行总结。

### 6. 随堂测验贯穿教学，调整教学策略

### 1. 听课、思考

### 2. 自由讨论



### 3. 小组完成课中任务与在线测验

利用手机APP”超级计算器” matlab进行计算



### 1. 解决关键问题

针对上一环节提炼的两个关键问题，通过这一环节，师生一起探索解决方法，使学生能够进一步掌握元素法在物理中的建模方法。

### 2. 实际操作

通过例题讲解、练习巩固，达到举一反三的效果。针对部分学生计算积分困难的问题，引入matlab、超级计算器等建模工具，突出模型的构建，弱化对学生来说较难的物理原理，着力解决教学重点。

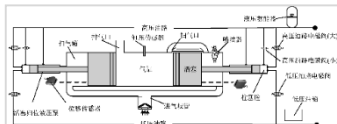
### 3. 课程思政

通过微元法原理学习、课中任务等环节活动的开展，培养学关注本质，返璞归真分析事物本质的品质。

随堂小测验实时了解学生掌握情况，及时调整教学策略。

### 1. 任务讲解

教师对课前【任务3】具体要求进行讲解，引导学生下一步任



务。

### 2. 演示讲解

教师再次演示讲解活塞变力做功过程中的元素法，根据理想气体状态方程  $PV=NRT$ ，初步得到其一般情况下元素表达式：

变力做功元素：

$$dW = \frac{NRT}{x} dx$$

#### 5 解决关键

如何求解变力做功问题？



## 四、建模

### 3. 教师引导

教师引导学生合作学习，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学，全面攻克教学难点。

### 4. 调整策略



### 1. 小组讨论

结合任务数据，根据任务要求，进行深入分析，结合活塞做功元素法，尝试构

EA211发动机

发动机参数

| 排量    | 1.4L          | 1.6L          |
|-------|---------------|---------------|
| 功率    | 66kW/5500rpm  | 81kW/6000rpm  |
| 扭矩    | 132Nm/3800rpm | 160Nm/3800rpm |
| 缸径/行程 | 74.5mm/80mm   | 76.5mm/86.5mm |
| 压缩比   | 10.5:1        | 10.5:1        |
| 燃油方式  | 多点喷射          | 多点喷射          |
| 发动机质量 | 约 88kg        | 约 89kg        |

建定积分模型求解单气门活塞做功量。

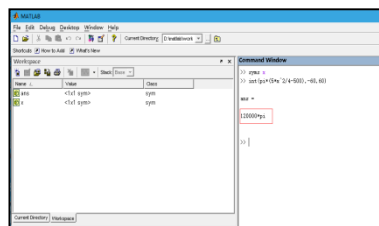
### 2. 发现并解决问题

经过深入分析，发现确定寻找与确定活塞的做功元素表达式，经老师讲解演示，初步解决问题。

$$W = \int_{0.01}^{0.0969} \frac{NRT}{x} dx$$

### 3. 课上竞赛活动-全面攻克难点

小组通过查阅气体状态方程中相关参数N,R,T,构建模型求解【任务3】，利用matlab、超级计算器2.0等建模工具求解，以模型计算精度作为评价标准，开展课上竞赛，评选出最优小组。



### 4. 分享心得，完成评价

各小组针对建模过程、任务难点等分享心得，并完成小组互评、自评，评选最优小组。

### 1. 解决课前【任务3】

完成重点内容学习之后，回归现实，解决课前【任务3】，通过实际变力做功问题的分析求解，使学生进一步掌握定积分建模的实际应用能力。

### 2. 降低计算难度

使用matlab工具或手机软件“超级计算器”进行定积分计算，此软件无需编程即可操作，提高教学效果。

### 3. 课程思政

通过任务合作、课上竞赛，培养学生竞争意识，团队合作能力，同时提高数学学习的自信心

10

### 1. 归纳总结

总结物理力学问题中的数学原理，构建定积分模型的方法：

$$W = \int_a^b \text{元素表达式}$$

### 1. 聆听，完成、自评、互评

### 2. 明确本次课后必选作业

### 3. 完成在线测验（课后）

学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。

### 1. 课堂评价

收集学生各环节的学习数据。

### 2. 进阶任务

以活塞做功问题的深入探讨作为

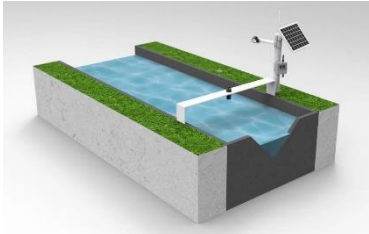
## 五、

2

|          |                                                                                                                                                                                                        |                              |                                                                                                                                           |  |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| 课堂<br>小结 | <p><b>2. 评价（课后完成）</b><br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b><br/>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：<br/>深入研究汽车发动机的做功过程，根据其参数进一步讨论与计算其压缩比、排量等所包含的相关数学原理。</p> | <p><b>4. 挑战进阶任务（可选项）</b></p> | <p>进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生发现实际问题中的“数学原理”的习惯和素养，为后续专业学习奠定基础；</p> <p><b>3. 拓展提高</b><br/>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固应用能力。</p> |  |
|          |                                                                                                                                                                                                        |                              |                                                                                                                                           |  |

课间休息10分钟

教学活动安排-第 2 节课

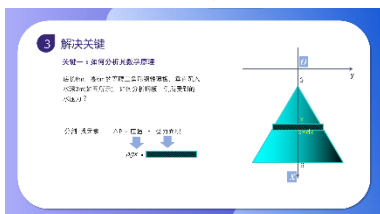
| 步骤        | 教师活动                                                                                                                                                                                                       | 学生活动                                                                                                                               | 设计意图                                                                                                                                                                                                         | 时间（分钟） |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 课前<br>准备  | <p>在上一小节结束时，教师提出三个问题，学生分组讨论与思考：<br/>【任务1】：物理问题中如何抽象出数学原理？<br/>【任务2】：如何分析明渠流量计中三角堰的流量元素？</p>  <p>【任务3】：现实问题如何建立模型求解？</p> | <p>1. 思考教师设置的三个问题，小组讨论；<br/>2. 小组根据元素法在变力做功中分析方法，思考水压力、流量等问题中模型的建模方法，利用超级计算器、Matlab等建模工具，初步设计三角堰流量计算的解决方案；<br/>3. 参与学习讨论，师生互动。</p> | <p><b>1. 明确本次课学习内容</b><br/>通过小组讨论，完成这三个问题，分析总结出物理问题建模的关键因素。</p> <p><b>2. 了解学生掌握情况</b><br/>结合课前任务的完成情况，准确了解学生的现状，根据学生掌握情况，调整教学难度，因材施教。</p> <p><b>3. 因材施教</b><br/>通过小组讨论总结出关键问题，针对学生总结出的问题，开展下一步学习，达到因材施教。</p> | 课间     |
| 一、<br>问题导 | <p><b>1. 引入</b><br/>教师对课前问题学生回答的情况进行归纳，从</p>                                                                                                                                                               | <p><b>1. 合作探究</b><br/>针对教师提出的三个问题，小组讨论，思考探究。</p>                                                                                   | <p><b>1. 激发学习兴趣</b><br/>结合已学的元素法知识点，</p>                                                                                                                                                                     | 5      |



|                |                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                        |    |
|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 入              | <p>问题着手，有针对性地开展下一步教学。</p> <p><b>2. 引导学生思考</b><br/>引导学生深入思考、讨论课前提出三个问题：<br/>(1) 物理问题中都包含了哪些数学原理？<br/>(2) 如何分析明渠流量计中三角堰的流量元素？<br/>(3) 现实问题如何转化为数学问题？</p> <p><b>3. 引导学生小组合作探究，思考三个问题，并适当指导</b></p> | <p><b>2. 思考讨论</b><br/>针对问题开展小组讨论，交流经验，总结出定积分建模的关键难点，从问题的解决出发，了解本次课所学内容用途的泛性。</p>                                                                                                                                                                                            | <p>提出三个问题，引导学生思考<br/>“现实问题如何转化为数学问题”，激发学生自主解决问题的兴趣；</p> <p><b>2. 明确本主题</b><br/>了解本次课主要学习方向，通过小组收集现实问题的展示，使学生了解物理中的数学原理，对定积分元素法在物理中的应用有明确的认识。</p>                                                                                       |    |
| 二、<br><br>寻找关键 | <p><b>1. 梳理课前三个问题</b><br/>教师根据学生平台互动与三个问题的回答情况，教师对三个问题进行梳理。引导学生利用元素法完成建模。</p> <p><b>2. 根据学生讨论总结，引出关键难点</b><br/>经过学生小组讨论，教师引导，最后确定水压力、流量计算等建模的两个关键</p>                                           | <p><b>1. 积极思考三个问题</b><br/>结合元素法与前一节所学的建模方法，积极思考水压力、三角堰流量计算中的建模过程。</p> <p><b>2. 小组讨论</b><br/>发现求解物理问题中水压力、流体流量等物理问题的关键难点是建立坐标系，分割找元素。</p> <p><b>3. 学生讨论：将物理问题转化为数学问题的关键是什么？</b><br/>最后确定主要存在两个关键问题：<br/><b>关键1：</b>如何对物理原理进行简化，“去伪存真”？<br/><b>关键2：</b>如何找到物理问题中的“元素表达式”？</p> | <p><b>1. 理解学习重点</b><br/>通过任务汇报展示，使学生更深入地认识到现实问题与理论知识之间的转化过程，用定积分的微元法，实现元素法在物理中的应用突破。</p> <p><b>2. 引出问题</b><br/>通过教师引导思考，讨论总结，找出元素法在物理应用中的关键步骤。</p> <p><b>3. 提炼关键步骤</b><br/>通过对课前任务的汇报、总结等环节，使学生对定积分在物理中的应用有更深层次的了解，从而提炼出完成任务的关键过程。</p> | 10 |



## 1. 将力学问题转化为几何



### 问题

教师动画动态展示讲解问题中的微元法基本原理，将物理问题转为数学中的几何问题，解决【关键1】。

### 2. 引导学生分析讨论

教师引导学生，将物理问题转化为数学中的几何问题后，再利用已经所学的几何知识，找到问题中的元素表达式，解决【关键2】。

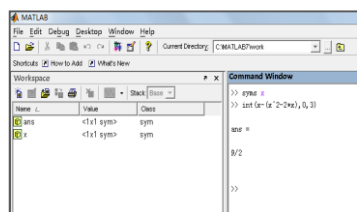
### 3. 解决教学重点

根据微元法原理方法，解决物理应用中的水压力、流体流量计算的模型建模方法：

$$Q = \int_a^b \text{元素表达式}$$

### 4. 讲解【例1】

详细讲解【例1】，并演示建模工具 matlab、超级计算器画图并计算定



积分。

### 5. 布置、总结课中任务

布置小组的课中任务，根据例1类似的方法，小组讨论完成例2，根据小组课中任务完成请况，进行总结。

### 6. 随堂测验贯穿教学，调整教学策略

为实时掌握学生的学习情况，方便调整教学策略，针对每个关键知识

1. 听课、思考
2. 自由讨论



### 3. 小组完成课中任务

利用手机APP”超级计算器” matlab进行计算



### 4. 完成知识点的随堂测验

利用微信雨课堂实时课堂互动，并完成知识点相应的测验。



## 1. 解决关键问题

针对上一环节提炼的两个关键问题，通过这一环节，师生一起探索解决方法，使学生能够进一步掌握元素法在物理中的建模方法。

## 2. 实际操作

通过例题讲解、练习巩固，达到举一反三的效果。针对部分学生计算积分困难的问题，引入 matlab、超级计算器等建模工具，突出模型的构建，弱化对学生来说较难的物理原理，着力解决教学重点。

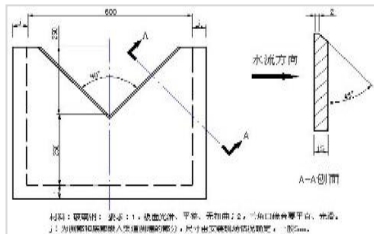
## 3. 课程思政

通过微元法原理学习、课中任务等环节活动的开展，培养学生关注本质，返璞归真分析事物本质的品质。

点，利用雨课堂教学平台同步测验。

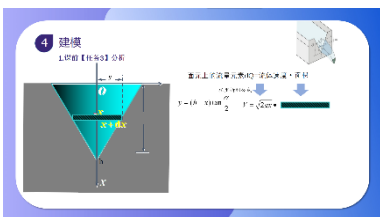
## 1. 任务讲解

教师对明渠三角堰的流量计算具体要求进行讲解，引导学生下一步任务。



务。

## 2. 演示讲解



教师再次演示讲解三角堰流量计中的元素寻找，根据托里拆利公式，结合元素法简化难点，初步得到三角堰流量的元素表达式：

流量元素： $dQ = VdA$

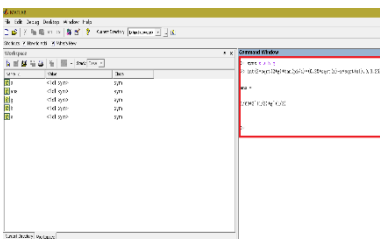
$$Q = 2\sqrt{2g} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \int_0^h (h\sqrt{x} - x\sqrt{x}) dx$$

## 3. 教师引导

教师引导学生合作学习，并精准指导，实现老师的做中教，学生的做中学，全面攻克教学难点。

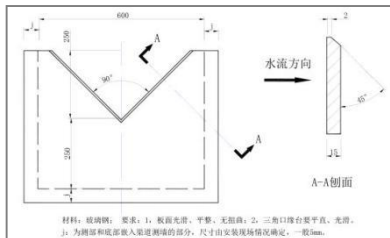
## 4. 调整策略

根据学生完成情况，调整教学策略



## 1. 小组讨论

结合任务数据，根据任务要求，进行深入分析，结合定积分的元素法，尝试构建定积分模型求解90度的三角堰流量模型。



## 2. 发现并解决问题

经过深入分析，发现确定寻找与确定流体流量的元素表达式存在困难，经老师讲解演示，初步解决问题。

$$Q = 2\sqrt{2g} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \int_0^h (h\sqrt{x} - x\sqrt{x}) dx$$

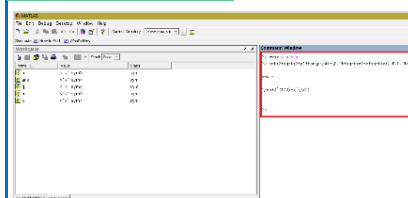
## 3. 课上竞赛活动-全面攻克难点

小组根据任务数据，结合模型参数，求解三角堰流量，利用matlab、超级计算器APP等建模工具求解，以模型计算精度作为评价标准，开展课上竞赛，评选出

$$Q = \int_0^{0.25} 2\sqrt{2g} \tan 45^\circ (0.25\sqrt{x} - x\sqrt{x}) dx$$

$$= \frac{\sqrt{2g}}{60} \approx 0.0738(m^3/s)$$

$$\approx 266(m^3/h)$$



最优小组。

## 4. 分享心得，完成评价

各小组针对建模过程、任务难点等分享心得，并完成小组互评、自评，评选最优小组。

## 1. 解决课前【任务3】

完成重点内容学习之后，回归现实，解决课前【任务3】，通过实际变力做功问题的分析求解，使学生进一步掌握定积分建模的实际应用能力。

## 2. 降低计算难度

使用matlab工具或手机软件“超级计算器”进行定积分计算，此软件无需编程即可操作，提高教学效果。

## 3. 课程思政

通过任务合作、课上竞赛，培养学生竞争意识，团队合作能力，同时提高数学学习的自信心

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                       |   |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 五、<br>课堂<br>小结 | <p>1. 归纳总结<br/>总结物理力学问题中的数学原理，构建定积分模型的方法：<br/><math>W = \int_a^b</math>元素表达式</p> <p>2. 评价（课后完成）<br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 布置课后作业与进阶任务<br/>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：<br/>深入研究矩形堰，根据所给数据分析流量计算模型所包含的相关数学原理。</p>                                                                                                                                                                                                                                      | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验<br/>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p> | <p>1. 课堂评价<br/>收集学生各环节的学习数据。</p> <p>2. 进阶任务<br/>针对土木工程中流量矩形堰流量问题开展深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的力，为后续专业学习奠定基础。</p> <p>3. 拓展提高<br/>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> | 2 |
|                | <p>过程性评价+拓展性评价相结合</p> <p>任务完成情况，课堂考勤，以及学生自评、小组互评、教师评价等方面对学生进行多维综合评价。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                       |   |
| 课后作业布置： 练习十七   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                       |   |
| 教学反思           | <p>1. 特色创新</p> <p>(1) 将数学建模方法融入教学，有效地简化了定积分的计算问题，错误率降低明显，突出定积分应用的建模要点；</p> <p>(2) 全过程信息采集，评价过程贯穿教学，评价指标多维、立体，横向得分与纵向数据全面反映学生学习与能力提升情况；</p> <p>(3) 教学案例与进阶提升问题结合实际问题，激发学生数学学习的兴趣。</p> <p>2. 课程思政</p> <p>(1) 通过任务合作，培养了学生相互帮助的人生品格。小组之间的课上竞赛锻炼和培养了学生精益求精的工匠精神；</p> <p>(2) 通过环环相扣的课堂活动，小组合作探究，充分发挥了学生的学习主体作用，团队合作意识加强，学生“学困率”明显降低，提高自信心。</p> <p>3. 教学效果</p> <p>(1) 通过课后测试结果显示，学生对于教学内容掌握情况明显改善；</p> <p>(2) 学生的数学建模能力显著提升，2015-2022学生参加数学建模竞赛获省级以上奖项103项，充分体现了《高等数学》教学中融入“数学建模方法”和“以赛促教”的良好教学效果；</p> |                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                       |   |

(3) 课堂上小组汇报、展示课前任务、解决课中任务，踊跃积极，学生各项能力



得到有效提升。

#### 4. 反思诊改

本次课可改进之处：

- 学生多维学习数据采集后，评价总分仍需手动完成，全面的智能化统计还无法实现。

## 教学方案 26：定积分的其他应用与小结

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目四 任务 5 定积分的其他应用与小结                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目四中的任务 5 的子任务，主要学习定积分的在经济、物理中的其他应用，对定积分内容进行复习和梳理。                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了定积分的相关知识，对无限细分的定积分思想已有较深的认识<br>2. 已经掌握了定积分的计算、几何意义等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 微元法<br>2. 成本问题、变力做功问题                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够掌握定积分的微元法<br>2. 能够掌握求解经济学相关函数的方法<br>3. 定积分在经济、物理方面的应用                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生从已有知识到未知的建构主义认知方法、利用所学知识解决实际问题的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
|        | 思政目标 | 先解决每一步的小问题，从而最终解决大问题。微元法，由若干个简单的问题组合起来的，需要不断思考探索，利用所学微元法的知识合理科学地去分解问题、解决问题。                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学重点   |      | 定积分在经济、物理中的应用                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 定积分在经济学中的应用<br>2. 定积分在物理方面的应用                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |



|                |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法           | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |    |    |
| 三、教学实施过程       |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 1         |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 引导<br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教学内容           | 复习引入 定积分的微元法（元素法）<br>任务 1 定积分的微元法<br>复习微元法，根据边际成本函数与总成本函数的关系，求解经济学中的相关问题                                                                                                                                                          |    |    |
| 教师活动           | 复习元素法，通过元素法概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动           | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图           | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 2         |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 探索<br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |
| 教学内容           | 任务 2 定积分在经济方面的应用举例<br>通过对导数与经济知识基础，从边际成本函数求解总成本函数等经济学中常用函数.<br>案例 1 生产某产品的边际成本函数为 $C'(x)=3x^2-14x+100$ ，固定成本 $C(0)=1000$ ，求生产 $x$ 个产品的总成本函数 .                                                                                     |    |    |
| 教师活动           | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成定积分应用问题的知识建构.                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图           | 通过教师引导思考,原理讲解，引入讲授内容，并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                |    |    |

|                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |           |           |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|
| <p>教学环节 3</p> <p>精讲</p> <p>( 攻克难点 )</p> | <p>精讲难点+练习巩固</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>时长</p> | <p>20</p> |
| <p>教学内容</p>                             | <p><b>任务 3</b> 定积分在几何、物理方面的应用举例</p> <p>总结微元法求解变力做功物理问题的过程与具体步骤，结合实例讲解定积分在其它学科的应用</p> $dW = F(x)dx \quad W = \int_a^b F(x)dx$ <p>案例 2 在一个带 +q 电荷所产生的电场作用下，一个单位正电荷沿直线从距离点电荷 a 处移动到 b 处 (a &lt; b)，求电场力所作的功。现实问题中的定积分应用，可归结为定积分计算，确定定积分形式需确定相应的积分变量、被积表达式及积分限。这些因素确定均依赖于正确找到给定问题的“元素”。通过实例的讲解使进一步熟练掌握定积分的元素法，并让学生做相关的练习，巩固提升。</p> <p>案例 3 在底面积为 S 的圆柱形容器中盛有一定量的气体，由于气体的膨胀，把容器中的一个面积为 S 的活塞从点 a 处移动到点 b 处，求移动过程中气体压力所作的功。</p>                                                       |           |           |
| <p>教师活动</p>                             | <p>教师演示讲解元素法求解实际问题的具体过程，并演示利用公式和超级计算器两种方法求解，使学生进一步深入了解本节重点内容</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |           |           |
| <p>学生活动</p>                             | <p>认真听讲，积极思考，结合定积分的无限细分思想，理解元素法的在定积分的应用中的知识迁移，并做相关练习巩固。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |           |
| <p>资源使用</p>                             | <p>教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |
| <p>设计意图</p>                             | <p>引导学生知识迁移，通过分类案例的演示，让学生掌握定积分在物理方面的应用方法和注意事项。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |           |           |
| <p>教学环节 4</p> <p>巩固</p> <p>( 融入建模 )</p> | <p>练习+巩固+总结</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>时长</p> | <p>20</p> |
| <p>教学内容</p>                             | <p><b>任务 4</b> 定积分计算方法提升</p> <p>通过实例的讲解使进一步熟练掌握本章重点内容，并让学生做相关的练习，巩固提升。</p> <p>练习：计算 (1) <math>\int_1^5 \frac{x-1}{1+\sqrt{2x-1}} dx</math>； (2) 计算 <math>\int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}}</math>；</p> <p>(3) 计算 <math>\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx</math>； (4) 计算 <math>\int_0^1 x(1-x^4)^{\frac{3}{2}} dx</math>；</p> <p>(5) 计算 <math>\int_0^1 \sqrt{2x-x^2} dx</math>； (6) 计算 <math>\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{(4-x^2)^{\frac{3}{2}}} dx</math>；</p> |           |           |
| <p>教师活动</p>                             | <p>布置课中练习，让学生自主练习完成任务，教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           |           |

|                 |                                                                                                                                                              |    |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                        |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 归纳总结<br>对本次课主要内容框架进行总结。<br>2. 评价（课后完成）<br>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:        |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听,完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务（可选项）                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                      |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务,巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时,通过师生个性化互动,提供课后个性化拓展思路,进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学效果            | 定积分在经济问题、物理中的应用较为抽象,通过本次课的设计,使学生理解定积分在现实生活问题中的广泛应用,教学效果良好。                                                                                                   |    |    |
| 教学特色            | 通过实际案例,由微元法分析出实际问题的元素,将抽象的现实问题简单化,易于理解和掌握,符合当前学生的学情。                                                                                                         |    |    |
| 反思与诊改           | 教学过程中,应该将元素法与实际问题紧密联系。                                                                                                                                       |    |    |

## 二、拓展模块（根据专业 3 选 2）

### 教学方案 27：线性代数模块-行列式

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目五 任务 1 行列式                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为拓展模块（3 选 2），项目五中的任务 1，主要学习行列式及其运算性质等内容                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 1. 学习了一元函数积分学内容，对不定积分、定积分等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了一元函数导数、微分、积分等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 行列式的定义<br>2. 行列式的性质<br>3. 计算行列式的一般方法：定义展开法、降阶法、数学归纳法等                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 掌握行列式的运算性质<br>2. 掌握计算行列式的一般方法：定义展开法、降阶法、数学归纳法等                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|      | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|      | 思政目标 | 由行列式的定义教导学生要注重团队合作，生活中注意观察，对所学内容能够融会贯通                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 行列式的定义；<br>2. 代数余子式；<br>3. 行列式的性质                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 行列式的计算；<br>2. 行列式的性质                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课 (低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/course/videos">http://i.56.com/course/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

|                    |                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式               | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                          |    |    |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 10 |
| 教学内容               | 任务 1 行列式的定义<br>观察二阶、三阶线性方程组的结构特点，引导学生积极思考，并发现方程的解与方程系数之间的关系，说明行列式的来历，并导入行列式的定义.                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教师活动               | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图               | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 20 |
| 教学内容               | 任务 2 行列式的性质<br>学习了行列式的定义的基础之上，进一步根据行列式的定义，让学生思考并推导出行列式的性质，并指出利用行列式性质计算行列式的一般方法<br><br>案例 1 设 $D=\begin{vmatrix} 1 & 5 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ ，求 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$ . （其中 $A_j$ 为代数余子式） |    |    |
| 教师活动               | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动               | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |



|              |                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,引入讲授内容,并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 任务3 计算行列式的一般方法<br>通过实际案例的讲解,使学生了解并掌握行列式的求解方法<br>案例2 计算 $D_n = \begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & & & & \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$ |    |    |
| 教师活动         | 教师演示讲解可分离变量微分方程的具体步骤,并演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,结合导数与积分的互逆运算关系,掌握计算方法,并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                    | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 通过练习,进一步巩固所学知识点,并安排随堂练习.<br>随堂练习:<br>案例3 计算 $\begin{vmatrix} 2 & a & a & a & a \\ a & 2 & a & a & a \\ a & a & 2 & a & a \\ a & a & a & 2 & a \\ a & a & a & a & 2 \end{vmatrix}$                                           |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|              | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 10 |

|        |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| 评价-总结  |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 教师活动   | <div>1. 归纳总结</div> <div>对本次课主要内容框架进行总结。</div> <div>2. 评价（课后完成）</div> <div>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</div> <div>3. 布置课后作业与进阶任务</div> <div>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</div>        |  |  |
| 学生活动   | <div>1. 聆听，完成、自评、互评</div> <div>2. 明确本次课后必选作业</div> <div>3. 完成在线测验</div> <div>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</div> <div>4. 挑战进阶任务（可选项）</div>                                                                   |  |  |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                         |  |  |
| 设计意图   | <div>1. 课堂评价</div> <div>收集学生各环节的学习数据。</div> <div>2. 进阶任务</div> <div>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</div> <div>3. 拓展提高</div> <div>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</div> |  |  |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 教学效果   | 线性代数模块，主要包含行列式、矩阵、方程求解等，通过本次课的设计，主要是让学生掌握行列式的由来、用处，以及重要运算性质，从教学过程来看，教学效果良好，学生基本掌握利用性质求解行列式的一般方法。                                                                                                                |  |  |
| 教学特色   | 通过学生讨论，教师展示，直观讲解，使学生对行列式理解更为深刻。                                                                                                                                                                                 |  |  |
| 反思与诊改  | 教学过程中，可结合自主探究，让学生发现行列式的特征和相关性质。                                                                                                                                                                                 |  |  |

## 教学方案 28：线性代数模块-矩阵

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目五 任务 2 矩阵                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目五中的任务 2，主要学习矩阵及其运算性质                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了一元函数积分学内容，对不定积分、定积分等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了一元函数导数、微分、积分等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 矩阵的概念及其加减、数乘运算、矩阵的运算规律<br>2. 特殊矩阵，特别是对称矩阵与对角矩阵<br>3. 矩阵的乘法                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 了解高斯消元法<br>2. 掌握矩阵的概念及其加减、数乘运算、矩阵的运算规律<br>3. 了解特殊矩阵的特点，特别是对称矩阵与对角矩阵<br>4. 掌握矩阵乘法与一般乘法之间的不同之处                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|        | 思政目标 | 由矩阵的定义教导学生要严谨做事，生活中注意观察，对所学内容能够融会贯通                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 矩阵的定义；<br>2. 矩阵的性质与运算法则；                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学难点   |      | 矩阵的性质与运算法则；                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |

|              |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法         | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |    |    |
| 三、教学实施过程     |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 1       |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 引导<br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 10 |
| 教学内容         | 任务 1 矩阵的基本定义与相关概念<br>观察二阶、三阶线性方程组的结构特点，引导学生积极思考，线性方程组的其矩阵表示法，导入矩阵的概念                                                                                                                                                              |    |    |
| 教师活动         | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                 |    |    |
| 学生活动         | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 2       |                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 探索<br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                         | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 任务 2 矩阵的运算性质<br>对比方程组之间的代入运算，使学生进一步认识到方程组用矩阵来表示更利于计算，并学习矩阵的基本运算性质与矩阵的乘法运算<br>案例 1 （1）设 $A=\frac{1}{2}(B+E)$ ,则当且仅当 $B^2=$ ____时 $A^2=A$ ；<br><br>（2）设 $A=(1\ 2\ 3)$ , $B=(1\ 1\ 1)$ ,则 $(A'B)^k=$ ____                            |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解，引入讲授内容，并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 任务 3 矩阵的乘法<br>通过实际案例的讲解,使学生了解并掌握矩阵的性质与计算<br>案例 2 1、设 $A, B, C$ 为 $n$ 阶方阵,若 $AB = BA, AC = CA$ ,则 $ABC$ 等于____<br>(1) $ACB$ (2) $CBA$ (3) $BCA$ (4) $CAB$<br>解: $ABC = BAC = BCA$ (3)<br>2、设 $A, B, C$ 均为 $n$ 阶方阵,且 $AB = BC = CA = E$ ,则 $A^2 + B^2 + C^2$ 等于____<br>(1) $3E$ (2) $2E$ (3) $E$ (4) $0$ |    |    |
| 教师活动         | 教师演示具体步骤,并演示利用公式和超级计算器两种方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,结合矩阵运算性质,掌握计算方法,并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 时长 | 20 |
| 教学内容         | 通过练习,进一步巩固所学知识点,并安排随堂练习.<br>随堂练习:<br>案例 3 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,求 $A^2, A^3, A^n$ .                                                                                                                                                               |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                | 时长 | 10 |



|        |                                                                                                                                                                                |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 教师活动   | <p>1. 归纳总结<br/>对本次课主要内容框架进行总结。</p> <p>2. 评价（课后完成）<br/>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p>3. 布置课后作业与进阶任务<br/>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</p>        |
| 学生活动   | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验<br/>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                         |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                        |
| 设计意图   | <p>1. 课堂评价<br/>收集学生各环节的学习数据。</p> <p>2. 进阶任务<br/>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p>3. 拓展提高<br/>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                |
| 教学效果   | 矩阵是线性代数模块的重要内容，通过本次课的教学设计，使学生掌握矩阵的定义、运算性质等基本内容，从教学效果来看，效果良好。                                                                                                                   |
| 教学特色   | 主次分明，重难点突出，能够让学生充分认识到矩阵的乘法运算与普通数乘之间的区别，通过向量的运算引入矩阵，使学生更易理解的掌握矩阵的乘法运算。                                                                                                          |
| 反思与诊改  | 矩阵与行列式有相同之处，但也有很多不同之处，在教学过程中，应注意区分二者之间的区间及联系。                                                                                                                                  |

## 教学方案 29：线性代数模块-向量组的线性相关性

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目五 任务 3 向量组的线性相关性                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目五中的任务 3，主要学习向量组的线性相关性                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了一元函数积分学内容，对微分学等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了矩阵、行列式等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 向量的线性相关性<br>2. 向量组等价的充要条件<br>3. 向量的线性组合与线性表示                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够判断向量组的线性相关与线性无关<br>2. 能够熟练掌握相关定义、定理                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
|        | 思政目标 | 向量为客观世界与科学技术发展提供了强有力的工具。让学生认识到实践是创新与发展的源动力。                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 向量组线性相关的定义<br>2. 向量组的秩<br>3. 极大无关向量组                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 向量组的秩<br>2. 极大无关组                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法         | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 三、教学实施过程     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 教学环节 1       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 引导<br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 10 |
| 教学内容         | <p><b>任务 1 向量组线性相关的定义</b></p> <p><b>引入</b> 向量的线性相关性是向量线性相关与线性无关的统称,它刻画的是 <math>n</math> 维向量空间中向量之间是否存在线性关系. 在两个向量之间, 最简单的线性关系是对应坐标是否成比例, 如果存在数字 <math>k</math> 使得 <math>\alpha = k\beta</math>, 我们就认为向量 <math>\alpha</math> 与 <math>\beta</math> 之前存在线性关系, 称他们是线性相关的, 否则它们无线性关系. 而在多个向量之间, 这种成比例的关系则通过线性组合的形式来表现.</p> <p><b>定义 1</b> 对 <math>s</math> 个 <math>n</math> 维向量 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s</math>, 他们的线性组合 <math>k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \cdots k_s\alpha_s = 0</math></p> <p>(1) 若, <math>k_1, k_2 \cdots k_s</math> 不全为零上式成立, 则称向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s</math> 线性相关;</p> <p>(2) 若当且仅当 <math>k_1, k_2 \cdots k_s</math> 全为零上式成立, 称向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s</math> 线性无关 .</p> <p><b>定理 1</b> (1) 如果向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m</math> 中有一部分组线性相关, 则向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m</math> 必线性相关.</p> <p>(2) 如果向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m</math> 线性无关, 则任何部分组必线性无关.</p> |    |    |
| 教师活动         | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 学生活动         | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 设计意图         | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学环节 2       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 探索<br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 时长 | 20 |

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学内容           | <p>定理 2 如果向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m</math> 线性无关, 而向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta</math> 线性相关, 则 <math>\beta</math> 可由向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m</math> 线性表出且表达式唯一.</p> <p>案例 1 讨论向量组 <math>\alpha_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}</math> 的相关性.</p> <p>课中练习 判断下列向量组的线性相关性</p> <p>(1) <math>\alpha_1 = (1, -3, 2, 4)^T, \alpha_2 = (2, 3, 4, -1)^T, \alpha_3 = (4, 2, 5, -2)^T</math>.</p> <p>(2) <math>\alpha_1 = (1, -1, 2, 4)^T, \alpha_2 = (0, 3, 1, 2)^T, \alpha_3 = (3, 0, 7, 14)^T, \alpha_4 = (1, 2, 3, -4)^T</math>.</p> <p>(3) <math>\alpha_1 = (2, 3, 4, 1)^T, \alpha_2 = (-2, 1, -4, 0)^T, \alpha_3 = (1, 3, 0, -1)^T</math>.</p> |    |    |
|                | 教师根据学生的讨论情况, 通过多媒体演示, 直观讲解, 使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
|                | 认真听讲, 积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
|                | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
|                | 通过教师引导思考, 原理讲解, 引入讲授内容, 并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>定义 2 记向量组 <math>\alpha_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{pmatrix}, \dots, \alpha_m = \begin{pmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{pmatrix}</math>, 构成的矩阵为</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$ <p>当秩 <math>R(A) &lt; m</math> 时, 我们称向量组线性相关; 当秩 <math>R(A) = m</math> 时, 我们称向量组线性无关.</p> <p>由于 <math>R(A) \leq \min\{n, m\}</math>, 因此可得下面的结论:</p> <p>推论 1 (1) 若 <math>n</math> 维向量组中向量的个数 <math>m</math> 大于 <math>n</math>, 则该向量组必线性相关.</p>                                                                                                                     |    |    |
|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | $(2) \text{ 设 } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}, \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m \text{ 与 } \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n \text{ 分别是矩阵}$ <p>A 的列向量组与行向量组, 则 <math>R(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m) = R(\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教师活动         | 教师演示具体步骤, 并演示利用公式和超级计算器两种方法求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲, 积极思考, 结合矩阵运算性质, 掌握计算方法, 并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>案例 3</b> 已知 <math>\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}</math>, 讨论向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3</math> 及向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2</math> 的线性相关性.</p> <p><b>案例 4</b> 设向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3</math> 线性无关, 令</p> $b_1 = \alpha_1 + \alpha_2, b_2 = \alpha_2 + \alpha_3, b_3 = \alpha_3 + \alpha_1$ <p>讨论向量组 <math>b_1, b_2, b_3</math> 的线性相关性.</p> <p><b>定理 3</b> 若 <math>n</math> 维向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m</math> 线性无关, 则在每个向量中添加 <math>m</math> 个分量, 得到的 <math>n+m</math> 维“加长”向量组 <math>\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_m</math> 也线性无关.</p> <p><b>定理 4</b> 向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m (m \geq 2)</math> 线性相关的充分必要条件是其中至少有一个向量可被其余向量线性表出.</p> <p><b>定理 5</b> 向量组 <math>\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m (m \geq 2)</math> 线性无关的充分必要条件是其中任何一个向量都不能被其余向量线性表出.</p> <p><b>案例 5</b> 已知 <math>R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 2, R(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = 3</math>, 证明</p> <p>(1) <math>\alpha_1</math> 能用 <math>\alpha_2, \alpha_3</math> 线性表示;</p> |    |    |

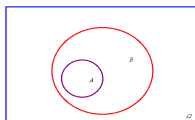
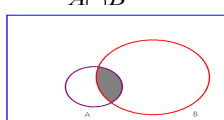
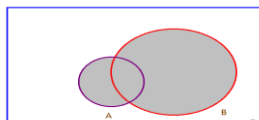


|                 |                                                                                                                                                                                         |    |    |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|                 | (2) $a_4$ 不能用 $a_1, a_2, a_3$ 线性表示.                                                                                                                                                     |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习,讲练结合, 让学生自主练习完成任务,教师可以根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                   |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                 |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                 | 时长 | 10 |
| 教师活动            | <b>1. 归纳与小结</b><br>对本次课重点内容进行小结归纳, 并完成小组互评<br><b>2. 评价 (课后完成)</b><br>根据每一环节学生的任务完成情况, 结合自评、互评数据, 以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b><br>布置必选作业的同时, 鼓励学生继续挑战课后进阶任务: |    |    |
| 学生活动            | <b>1. 聆听, 完成、自评、互评</b><br><b>2. 明确本次课后必选作业</b><br><b>3. 完成在线测验</b><br>学生小组思考的同时, 可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br><b>4. 挑战进阶任务 (可选项)</b>                                                       |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                 |    |    |
| 设计意图            | <b>1. 课堂评价</b><br>收集学生各环节的学习数据。<br><b>2. 进阶任务</b><br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务, 巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br><b>3. 拓展提高</b><br>完成课后作业与在线测验的同时, 通过师生个性化互动, 提供课后个性化拓展思路, 进一步巩固实际应用能力。   |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学效果            | 向量组的线性相关性是线性代数模块的重要内容, 通过本次课的教学设计, 使学生掌握线性相关的定义、线性表示等基本内容, 从教学效果来看, 效果良好。                                                                                                               |    |    |
| 教学特色            | 主次分明, 重难点突出, 能够让学生充分认识到向量组与矩阵之间的联系, 通过向量组的线性相关性得到矩阵的秩, 小组讨论与讲练结合使学生攻克难点。                                                                                                                |    |    |
| 反思与诊改           | 向量组的线性相关性, 教学内容较为抽象, 学生有时会出现难以理解的情况, 在教学过程中, 应及时关注学生的理解情况, 调整教学策略。                                                                                                                      |    |    |

## 教学方案 30：概率统计模块-随机事件与古典概率

|      |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称 |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业 |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称 |      | 项目六 任务 1 随机事件与古典概率                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材 |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学内容 |      | 本次课内容为项目六中的任务 1，主要学习随机事件与古典概率                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 学情分析 | 知识背景 | 1. 学习了一元函数微积分内容，对不定积分、定积分等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了一元函数导数、微分、积分等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|      | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|      | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学目标 | 知识目标 | 1. 样本空间与随机事件<br>2. 事件之间的关系<br>3. 概率的定义及其古典概率<br>4. 条件概率与全概率公式                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|      | 能力目标 | 1. 能够掌握随机事件的运算关系<br>2. 掌握条件概率的计算方法<br>3. 掌握全概率公式                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|      | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |       |
|      | 思政目标 | 频率和概率相互之间的辩证关联，偶然性和不可避免之间的对立统一                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学重点 |      | 1. 古典概率的定义与计算<br>2. 条件概率<br>3. 事件的独立性                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学难点 |      | 1. 全概率公式<br>2. 条件概率                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学资源 |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课 (低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |

## 二、教学策略

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学模式             | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学方法             | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 三、教学实施过程         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 1           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 引导<br><br>(问题导入) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 时长 | 10 |
| 教学内容             | 任务1 随机现象与随机事件<br>一、确定性现象(或必然现象)<br>在一定的条件下,必然会出现某种确定的结果.包括肯定出现和肯定不会出现的结果.如在标准大气压下,水烧到 100℃肯定会开;再如石头不会变成小鸡(肯定不会发生,也具有确定性)<br>二、随机现象(或不确定性现象)<br>在一定的条件下,可能会出现各种不同的结果.<br>如抛一枚硬币,观察出现的结果,可能出现正面也可能出现反面朝上.掷一颗均匀的骰子,观察出现的点数,可能会有六种结果.<br>三、随机试验的特点(p2)<br>1. 可在相同条件下重复进行;<br>2. 试验可能结果不止一个,但能确定所有的可能结果;<br>3. 一次试验之前无法确定具体是哪种结果出现。                                                                                                                                     |    |    |
| 教师活动             | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 学生活动             | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用             | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 设计意图             | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,引入本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 2           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 探索<br><br>(解决问题) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 时长 | 20 |
| 教学内容             | 任务2 随机事件的运算关系<br>可以用文字表示事件，也可以将事件表示为样本空 <div><div>事件之间的关系 (1)<br/><math>A \subset B</math></div><div>事件之间的关系 (3)<br/><math>A \cap B</math></div><div>事件之间的关系 (2)<br/><math>A \cup B</math></div></div> |    |    |

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|                | <p>间的子集. 同一样本空间中, 不同的事件之间有一定的关系, 如试验 <math>E_2</math>, 当试验的结果是 HHH 时, 可以说事件 A 和 B 同时发生了; 但事件 B 和 C 在任何情况下均不可能同时发生. 易见, 事件之间的关系是由他们所包含的样本点所决定的, 这种关系可以用集合之间的关系来描述.</p> <p>案例 1 设 A、B、C 为三事件, 则” A,B,C 中至少有一个不发生” 这一事件可表示为 ( )</p> <p>(A) <math>AB+AC+BC</math> (B) <math>A+B+C</math><br/>(C) <math>ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C</math> (D) <math>\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}</math></p> <p>案例 2 设三个元件寿命分别为 <math>T_1, T_2, T_3</math>, 并联成一个系统, 于是只要有一个元件能正常工作, 系统便能正常工作, 则事件” 系统的寿命超过 t” 可表示为 ( )</p> <p>(A) <math>\{T_1+T_2+T_3&gt;t\}</math> (B) <math>\{T_1T_2T_3&gt;t\}</math><br/>(C) <math>\{\min\{T_1, T_2, T_3\}&gt;t\}</math> (D) <math>\{\max\{T_1, T_2, T_3\}&gt;t\}</math></p> |    |    |
| 教师活动           | 教师根据学生的讨论情况, 通过多媒体演示, 直观讲解, 使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲, 积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |    |
| 设计意图           | 通过教师引导思考, 原理讲解, 引入讲授内容, 并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 3         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 精讲<br>( 攻克难点 ) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长 | 20 |
| 教学内容           | <p>任务 3 古典概率的定义<br/>任务 4 条件概率<br/>任务 5 古典概率的几类基本问题</p> <p>通过实际案例的讲解, 使学生了解并掌握古典概率的定义与计算, 熟悉古典概率的几类基本问题.</p> <p>古典概率定义: 设事件 A 中所含样本点的个数为 <math>M</math>, 以 <math>N</math> 记样本空间中样本点总数, 则有 <math>P(A)=\frac{M}{N}</math></p> <p>条件概率: <math>P(B A)=\frac{P(AB)}{P(A)}</math></p> <p>案例 3 有 <math>N</math> 件产品, 其中 <math>D</math> 件是次品, 从中不放回的取 <math>n</math> 件, 记 <math>A_k=\{\text{恰有 } k \text{ 件次品}\}</math>, 求 <math>P(A_k)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
| 教师活动           | 教师演示具体步骤, 并演示利用公式方法求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 学生活动           | 认真听讲, 积极思考, 结合矩阵运算性质, 掌握计算方法, 并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 设计意图           | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |

|                     |                                                                                                                                                                                   |    |    |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学环节 4              |                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 巩固<br><br>(融入建模)    | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                          | 时长 | 20 |
| 教学内容                | 通过练习，进一步巩固所学知识点，并安排随堂练习。<br>随堂练习：从 52 张牌中任取 2 张，采用(1)放回抽样，（2）不放回抽样，求恰是“一红一黑”的概率。                                                                                                  |    |    |
| 教师活动                | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                             |    |    |
| 学生活动                | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用                | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                           |    |    |
| 设计意图                | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 5<br><br>评价-总结 |                                                                                                                                                                                   | 时长 | 10 |
| 教师活动                | <b>1. 归纳与小结</b><br>对本次课内容进行小结，并完成小组互评<br><b>2. 评价（课后完成）</b><br>根据每一环节学生的任务完成情况，结合自评、互评数据，以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b><br>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：    |    |    |
| 学生活动                | <b>1. 聆听，完成、自评、互评</b><br><b>2. 明确本次课后必选作业</b><br><b>3. 完成在线测验</b><br>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br><b>4. 挑战进阶任务（可选项）</b>                                                    |    |    |
| 资源使用                | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                           |    |    |
| 设计意图                | <b>1. 课堂评价</b><br>收集学生各环节的学习数据。<br><b>2. 进阶任务</b><br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br><b>3. 拓展提高</b><br>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思              |                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学效果                | 概率统计模块，主要包含古典概率、随机变量、数学期望与方差等内容，通过本次课的设计，使学生基本理解古典概率的重要内容，重点掌握随机事件的关系，教学效果良好。                                                                                                     |    |    |

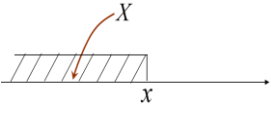


|       |                                  |
|-------|----------------------------------|
| 教学特色  | 将集合知识迁移至随机事件的概率运算，使学生更易理解掌握本知识点。 |
| 反思与诊改 | 条件概率是教学难点，在教学中应注意将条件概率的运算讲解明白。   |

## 教学方案 31：概率统计模块-随机变量及其分布函数

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目六 任务 2 随机变量及其分布函数                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目六中的任务 2，主要学习随机变量及其分布函数                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了随机事件、古典概率等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了条件概率、全概率公式等计算                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 随机变量<br>2. 概率分布函数<br>3. 离散型随机变量<br>4. 连续型随机变量<br>5. 随机变量的函数                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够掌握离散型、连续型概率分布函数的区别<br>2. 掌握随机变量的分布函数求解                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|        | 思政目标 | 学会用运动变换的观念来剖析事情，要学会用批判的态度来审视周围的事情，擅于发现问题、提出新问题，勇于创新，勤奋和努力。                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 离散型随机变量及其分布<br>2. 连续型随机变量及其分布函数                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 教学难点   |      | 1. 全概率公式<br>2. 条件概率                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |

|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |    |     |   |   |     |     |     |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|-----|---|---|-----|-----|-----|
| 教学方法               | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 三、教学实施过程           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 教学环节 1             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 引导<br><br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 时长  | 10 |     |   |   |     |     |     |
| 教学内容               | 任务 1 随机变量与概率分布定义<br>案例 1 某人骑自行车从学校到火车站，一路上要经过 3 个独立的交通灯，设各灯工作独立，且设各灯为红灯的概率为 $p$ ， $0<p<1$ ，以 $X$ 表示首次停车时所通过的交通灯数，求 $X$ 的概率分布律。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 教师活动               | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 学生活动               | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 资源使用               | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 设计意图               | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,引入本次课教学内容.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 教学环节 2             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |    |     |   |   |     |     |     |
| 探索<br><br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长  | 20 |     |   |   |     |     |     |
| 教学内容               | <div>任务 2 离散型随机变量的概率分布</div> <div>定义：取值可数的随机变量为<b>离散量</b></div> <div><math display="block">p_i \geq 0, \sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1</math></div> <div>离散量的概率分布(分布律)</div> <div>三个主要的离散型随机变量：1、0-1 分布 <table><tr><td><math>X</math></td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td><math>p</math></td><td><math>q</math></td><td><math>p</math></td></tr></table>；</div> <div>2、二项分布 <math>P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0,1,\cdots, n</math></div> <div>3、泊松分布 (Poisson 分布) <math>P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k = 0,1,2,\cdots, \lambda &gt; 0</math></div> <div>4、几何分布 <math>P\{X = k\} = (1-p)^{k-1} p, k = 1,2,\cdots</math>；则称随机变量 <math>X</math> 服从几何</div> |     |    | $X$ | 0 | 1 | $p$ | $q$ | $p$ |
| $X$                | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1   |    |     |   |   |     |     |     |
| $p$                | $q$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $p$ |    |     |   |   |     |     |     |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | <p>分布,记作 <math>X \sim g(k, p)</math>, 其中 <math>p</math> 是分布的参数.</p> <p>5、超几何分布 <math>P\{X = k\} = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}</math>, <math>0 \leq k \leq n</math>.</p> <p>案例 2 某人骑了自行车从学校到火车站,一路上要经过 3 个独立的交通灯,设各灯工作独立,且设各灯为红灯的概率为 <math>p</math>, <math>0 &lt; p &lt; 1</math>,以 <math>Y</math> 表示一路上遇到红灯的次数。</p> <p>(1) 求 <math>Y</math> 的概率分布律;</p> <p>(2) 求恰好遇到 2 次红灯的概率。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,引入讲授内容,并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>任务 3 连续型随机变量及其概率密度</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p><b>定义:</b> 随机变量 <math>X</math>, 对任意实数 <math>x</math>, 称函数 <math>F(x) = P(X \leq x)</math> 为 <math>X</math> 的概率分布函数, 简称<b>分布函数</b>。定义: 对于随机变量 <math>X</math> 的分布函数 <math>F(x)</math>, 若存在非负的函数 <math>f(x)</math>, 使对于任意实数 <math>x</math> 有 <math>F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt</math>, 则称 <math>X</math> 为连续型随机变量, 其中 <math>f(x)</math> 称为 <math>X</math> 的概率密度函数, 简称概率密度.</p> <p>1、均匀分布: <math>X</math> 具有概率密度 <math>f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} &amp; x \in (a, b) \\ 0 &amp; \text{其他} \end{cases}</math> 称 <math>X</math> 在区间 <math>(a, b)</math> 上服从均匀分布, 记为 <math>X \sim U(a, b)</math></p> <p>2、指数分布: 设 <math>X</math> 的概率密度为 <math>f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} &amp; x &gt; 0 \\ 0 &amp; x \leq 0 \end{cases}</math>, 其中 <math>\lambda &gt; 0</math> 为常数, 则称 <math>X</math> 服从参数为 <math>\lambda</math> 的指数分布。记为 <math>X \sim EP(\lambda)</math></p> <p>3. 正态分布: <math>X</math> 的概率密度为 <math>f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}</math>, <math>-\infty &lt; x &lt; +\infty</math>,</p> |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | <p>案例 3 设 <math>X</math> 的概率密度为 <math>f(x)=\begin{cases} c &amp; 0 &lt; x &lt; 1 \\ 2/9 &amp; 3 &lt; x &lt; 6, \\ 0 &amp; \text{其他} \end{cases}</math>, (1) 求常数 <math>c</math> 的值; (2) 写出 <math>X</math> 的概率分布函数; (3) 要使 <math>P(X &lt; k) = \frac{2}{3}</math>, 求 <math>k</math> 的值。</p> |    |    |
| 教师活动         | 教师演示具体步骤, 并演示利用公式方法求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲, 积极思考, 结合矩阵运算性质, 掌握计算方法, 并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>通过练习, 进一步巩固所学知识点, 并安排随堂练习.</p> <p>随堂练习: 某地区男子身高 <math>X(\text{cm}) \sim N(169.7, 4.1^2)</math></p> <p>(1) 从该地区随机找一男子测身高, 求他的身高大于 175cm 的概率;</p> <p>(2) 若从中随机找 5 个男子测身高, 问至少有一人身高大于 175cm 的概率是多少? 恰有一人身高大于 175cm 的概率为多少?</p>                                                            |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 10 |
| 教师活动         | <p><b>1. 课堂小结</b><br/>对本次课进行课堂小结, 完成小组互评。</p> <p><b>2. 评价 (课后完成)</b><br/>根据每一环节学生的任务完成情况, 结合自评、互评数据, 以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。</p> <p><b>3. 布置课后作业与进阶任务</b><br/>布置必选作业的同时, 鼓励学生继续挑战课后进阶任务:</p>                                                                                      |    |    |
| 学生活动         | <p>1. 聆听, 完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p>                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |



|        |                                                                                                                                                                                         |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                                                                          |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                 |
| 设计意图   | <p>1. 课堂评价</p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p>2. 进阶任务</p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p>3. 拓展提高</p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                         |
| 教学效果   | 概率统计模块，主要包含古典概率、随机变量、数学期望与方差等内容，通过本次课的设计，使学生基本理解古典概率的重要内容，重点掌握随机事件的关系，教学效果良好。                                                                                                           |
| 教学特色   | 将集合知识迁移至随机事件的概率运算，使学生更易理解掌握本知识点。                                                                                                                                                        |
| 反思与诊改  | 条件概率是教学难点，在教学中应注意将条件概率的运算讲解明白。                                                                                                                                                          |

## 教学方案 32：概率统计模块-数学期望与方差

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目六 任务 3 数学期望与方差                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目六中的任务 3，主要学习随机变量的数学期望与方差                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了随机事件、古典概率等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了随机变量分布函数等计算                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 离散型随机变量的数学期望与方差<br>2. 连续型随机变量的数学期望与方差<br>3. 几个重要分布的数学期望与方差<br>4. 数学期望与方差的性质                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够计算离散型、连续型随机变量的数学期望<br>2. 能够熟练运用数学期望与方差的性质                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
|        | 思政目标 | 让学生认识到实践是创新与发展的源动力。认识事物内部的共同点、密切联系性和发展，“通过现状看实质”的科学理性探索的意义。                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 离散型随机变量数学期望与方差<br>2. 连续型随机变量数学期望与方差                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
| 教学难点   |      | 不同分布类型随机变量的数学期望与方差计算                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学方法           | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。                                                                                                                   |    |    |
| 三、教学实施过程       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教学环节 1         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 引导<br>( 问题导入 ) | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 时长 | 10 |
| 教学内容           | 任务 1 离散型随机变量的数学期望<br><br>定义 1 若 $X \sim P\{X = x_k\} = p_k (k=1, 2, \cdots, n, \cdots)$ ，则称 $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$ 为随机变量 $X$ 的数学期望（其中 $\sum_{k=1}^{\infty}  x_k  p_k < \infty$ ）。<br><br>案例 1 掷一颗均匀的骰子，以 $X$ 表示掷得的点数，求 $X$ 的数学期望<br>案例 2 假设有 10 只同种电器元件，其中有两只废品，从这批元件中任取一件，如果是废品，则扔掉重新再取一件，如果还是废品，则继续再取一件。求在取到正品之前，已取出的次品数 $X$ 的数学期望。 |    |    |
| 教师活动           | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动，利用启发式教学方法，提出问题，引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论，激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动           | 结合教师提出的问题，参阅教材内容讨论探究，积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 资源使用           | 教材+多媒体课件                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 设计意图           | 学生通过复习，进一步巩固基础知识，引入本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教学环节 2         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 探索<br>( 解决问题 ) | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长 | 20 |
| 教学内容           | 任务 2 连续型随机变量的数学期望<br><br>定义 2 设连续型随机变量 $X$ 的密度函数为 $f(x) (-\infty < x < +\infty)$ ，且 $\int_{-\infty}^{+\infty}  x  f(x) dx$ 存在，则称 $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$ 为 $X$ 的数学期望。（连续型随机变量 $X$ 的数学期望是离散型的推广）。                                                                                                                                |    |    |

|                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                 |                  |                     |                             |                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------|-----------------------------|------------------------------|
|                                                                                                                                                               | 案例 3 设随机变量 $X$ 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 1+x, & -1 < x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & others \end{cases}$ , 求数学期望 $E(X)$ .                 |                  |                     |                             |                              |
| 教师活动                                                                                                                                                          | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                      |                  |                     |                             |                              |
| 学生活动                                                                                                                                                          | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                       |                  |                     |                             |                              |
| 资源使用                                                                                                                                                          | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP                                                                                                                              |                  |                     |                             |                              |
| 设计意图                                                                                                                                                          | 通过教师引导思考,原理讲解,引入讲授内容,并结合习题加深对方法的理解                                                                                                              |                  |                     |                             |                              |
| 教学环节 3                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                 |                  |                     |                             |                              |
| 精讲<br>( 攻克难点 )                                                                                                                                                | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                       | 时长               | 20                  |                             |                              |
| 教学内容                                                                                                                                                          | 任务 3 几个重要随机变量的数学期望与方差<br>任务 4 期望与方差的性质                                                                                                          |                  |                     |                             |                              |
|                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                 | 二项分布             | 泊松分布                | 均匀分布                        | 指数分布                         |
|                                                                                                                                                               | 记 号                                                                                                                                             | $X \sim B(n, p)$ | $X \sim P(\lambda)$ | $X \sim U[a, b]$            | $X \sim e(\lambda)$          |
|                                                                                                                                                               | 数学期望                                                                                                                                            | $E(X) = np$      | $E(X) = \lambda$    | $E(X) = \frac{a+b}{2}$      | $E(X) = \frac{1}{\lambda}$   |
|                                                                                                                                                               | 方差                                                                                                                                              | $D(X) = npq$     | $D(X) = \lambda$    | $D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$ | $D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$ |
|                                                                                                                                                               | 1. $E(C)=C$ , $C$ 为常数;                                                                                                                          |                  |                     |                             |                              |
|                                                                                                                                                               | 2. $E(CX)=CE(X)$ , $C$ 为常数;                                                                                                                     |                  |                     |                             |                              |
|                                                                                                                                                               | 3. $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$                                                                                                                           |                  |                     |                             |                              |
|                                                                                                                                                               | 4. 若 $X$ 与 $Y$ 独立,则 $E(XY)=E(X)E(Y)$                                                                                                            |                  |                     |                             |                              |
|                                                                                                                                                               | 定义 若 $E(X), E(X^2)$ 存在,则称 $E[X-E(X)]^2$ , 为随机变量(r. v.) $X$ 的方差,记为 $D(X)$ , 或 $\text{Var}(X)$ . 称 $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$ 为随机变量(r. v.) $X$ 的标准差. |                  |                     |                             |                              |
| 可见, $D(X)=\begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} [x_k-E(X)]^2 P\{X=x_k\}, & \text{离散型情形} \\ \int_{-\infty}^{\infty} [x-E(X)]^2 f(x)dx, & \text{连续型情形} \end{cases}$ |                                                                                                                                                 |                  |                     |                             |                              |
| 方差是衡量随机变量取值波动程度的一个数字特征. 或者说,方差反映了随机变量取值的离中程度(所有取值偏离平均值的差平方).                                                                                                  |                                                                                                                                                 |                  |                     |                             |                              |
| 方差的计算: $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$                                                                                                                                 |                                                                                                                                                 |                  |                     |                             |                              |
| 案例 3 例 1 设随机变量 $X \sim e(2), Y \sim U(0, 1), Z \sim B(5, 0.2)$ , 且 $X, Y, Z$ 独立,求随机变量 $U= (2X+3Y)(4Z-1)$ 的数学期望.                                               |                                                                                                                                                 |                  |                     |                             |                              |
| 教师活动                                                                                                                                                          | 教师演示具体步骤,并演示利用公式方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                           |                  |                     |                             |                              |
| 学生活动                                                                                                                                                          | 认真听讲,积极思考,结合矩阵运算性质,掌握计算方法,并做相关练习巩固.                                                                                                             |                  |                     |                             |                              |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|------|-----|---|-----|---|---|--------------|-----|-----|-----|------|-----|
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 巩固           | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 时长  | 20  |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| (融入建模)       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 教学内容         | 任务 5 方差的性质<br>(1) $D(C)=0$ 反之,若 $D(C)=0$ ,<br>则存在常数 $C$ 使 $P\{X=C\}=1$ ,且 $C=E(X)$<br>(2) $D(aX)=a^2D(X)$ ,其中 $a$ 常数.<br>通过练习,进一步巩固所学知识点,并安排随堂练习.<br>随堂练习: 设随机变量 $X$ 的分布律如下,求 $D(X)$ . <table><tr><td><math>X</math></td><td>-1</td><td>0</td><td>1/2</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td><math>P\{X=x_k\}</math></td><td>1/3</td><td>1/6</td><td>1/6</td><td>1/12</td><td>1/4</td></tr></table> |     |     | $X$  | -1  | 0 | 1/2 | 1 | 2 | $P\{X=x_k\}$ | 1/3 | 1/6 | 1/6 | 1/12 | 1/4 |
| $X$          | -1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0   | 1/2 | 1    | 2   |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| $P\{X=x_k\}$ | 1/3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1/6 | 1/6 | 1/12 | 1/4 |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长  | 10  |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 教师活动         | 1. 课堂小结<br>对本次课进行课堂小结,完成小组互评。<br>2. 评价(课后完成)<br>根据每一环节学生的任务完成情况,结合自评、互评数据,以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时,鼓励学生继续挑战课后进阶任务:                                                                                                                                                                                                                                          |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 学生活动         | 1. 聆听,完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时,可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务(可选项)                                                                                                                                                                                                                                                                                                |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |
| 设计意图         | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |     |      |     |   |     |   |   |              |     |     |     |      |     |

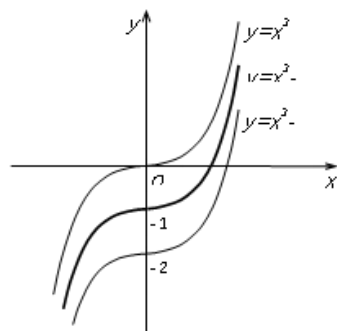


|               |                                                                                                                                             |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b></p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| <b>四、教学反思</b> |                                                                                                                                             |
| 教学效果          | 数学期望与方差，是统计学中的重要概念，也是实际问题中经常遇到的统计量，通过本次课的教学设计，使学生熟练掌握离散型、连续型随机变量的方差与数学期望的求解，教学效果良好。                                                         |
| 教学特色          | 学生讨论，教师演示具体求解步骤和注意事项，使学生深入了解数学期望与方差的求解。                                                                                                     |
| 反思与诊改         | 部分学生基础薄弱，计算能力有待提升，可适当增加课堂练习，提高任务完成率。                                                                                                        |

## 教学方案 33：微分方程模块-微分方程的基本概念

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|--------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目七 任务 1 微分方程的基本概念                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目七中的任务 1，主要微分方程的基本概念和相关定义                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了一元函数积分学内容，对不定积分、定积分等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了一元函数导数、微分、积分等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                   |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 微分方程的概念<br>2. 微分方程的分类与判定                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够掌握微分方程的概念<br>2. 能够掌握常微分方程、通解与特解、初始条件与初值问题                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
|        | 思政目标 | 长征火箭成功发射，让学生认识到实践是创新与发展的源动力。                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 微分方程的定义<br>2. 微分方程解的结构                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
| 教学难点   |      | 微分方程解的结构理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/course/videos">http://i.56.com/course/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思                                                                                                                                                                                                              |      |       |

|                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 三、教学实施过程                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学环节 1                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 引导<br>(问题导入)                                                                                                               | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 时长 | 10 |
| 教学内容                                                                                                                       | <p><b>任务 1</b> 微分方程的概念</p> <p>通过具体的例子来说明微分方程的有关概念。</p> <p>阅读课本内容，了解什么是微分方程，什么是通解，什么是特解，什么是初始条件。</p> <p><b>引例 1</b> 设曲线 <math>y = f(x)</math> 在其上任一点 <math>(x, y)</math> 的切线斜率为 <math>3x^2</math>，且曲线过点 <math>(0, -1)</math>，求曲线的方程。</p> <p><b>引例 2</b> 质量为 <math>m</math> 的物体在离地面高为 <math>s_0</math> 米处，以初速 <math>v_0</math> 垂直上抛，设此物体的运动只受重力的影响，试确定该物体运动的路程 <math>s</math> 与时间 <math>t</math> 的函数关系。</p> |    |    |
| 教师活动                                                                                                                       | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 学生活动                                                                                                                       | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 资源使用                                                                                                                       | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课堂                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图                                                                                                                       | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 2                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 探索<br>(解决问题)                                                                                                               | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 时长 | 20 |
| 教学内容                                                                                                                       | <p><b>定义 1</b> 含有未知函数的导数或微分的方程称为微分方程，未知函数为一元函数的微分方程称为常微分方程。微分方程中出现的未知函数的导数的最高阶数称为这个方程的阶。</p> <p><b>定义 2</b> 如果将已知函数 <math>y = \varphi(x)</math> 代入方程 (12) 后，能使其成为恒等式，则称函数 <math>y = \varphi(x)</math> 是方程 (12) 的解。如果由关系式 <math>\Phi(x, y) = 0</math> 确定的隐函数 <math>y = \varphi(x)</math> 是方程 (12) 的解，则称 <math>\Phi(x, y) = 0</math> 为方程 (14) 的隐式解。</p> <p>为今后叙述简便起见，将对微分方程的解和隐式解都不再加以区别，统称为方程的解。</p>       |    |    |



|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教师活动         | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 通过教师引导思考,原理讲解,引入讲授内容,并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 教学环节 3       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>定义 3</b> 若微分方程的解中所含(独立的)任意常数的个数与微分方程的阶数相等,则称这个解为方程的通解.在通解中给任意常数以确定的值得到的解,称为微分方程的特解.</p> <p>求微分方程满足某定解条件的解的问题,称为微分方程的定解问题;求微分方程满足某初始条件的解的问题,称为初值问题.</p> <p><b>例 3</b> 验证: 函数 <math>x = C_1 \cos at + C_2 \sin at</math> 是微分方程 <math>\frac{d^2 x}{dt^2} + a^2 x = 0</math> 的通解.</p>                                                                                                                                                                         |    |    |
| 教师活动         | 教师演示具体步骤,并演示利用公式方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,结合矩阵运算性质,掌握计算方法,并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示,让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>如果方程左端函数 <math>F</math> 为 <math>y, y', y'', \dots, y^{(n)}</math> 的线性函数,则称方程(12)为 <math>n</math> 阶线性微分方程.否则称(12)为非线性的.<math>n</math> 阶线性微分方程的一般形式为</p> $a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = f(x).$ <p>通常,为确定 <math>n</math> 阶方程(12)的某个特解,需给出该特解应满足的附加条件,称之为定解条件.一般地,<math>n</math> 阶微分方程应有 <math>n</math> 个定解条件,才能从通解中确定某个具体的特解.<math>n</math> 阶微分方程(14)常见的定解条件是如下形式的条件:</p> $y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y_1, \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_{n-1}.$ |    |    |

|                 |                                                                                                                                                                  |    |    |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|                 | 其中 $x_0, y_0, y_1, \cdots, y_{n-1}$ 为 $n+1$ 个给定的常数, 通常称这样的定解条件为初始条件.                                                                                             |    |    |
|                 | 例 4 验证: 由方程 $x^2 - xy + y^2 = C$ 所确定的隐函数是微分方程<br>$(x - 2y)y' = 2x - y.$<br>的解, 并求出满足初始条件 $y _{x=1} = 1$ 的特解.                                                     |    |    |
| 教师活动            | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                          |    |    |
| 学生活动            | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                           |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图            | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                  |    |    |
| 教学环节 5<br>评价-总结 | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                          | 时长 | 10 |
| 教师活动            | 1. 课堂小结<br>对本次课进行课堂小结, 完成小组互评。<br>2. 评价 (课后完成)<br>根据每一环节学生的任务完成情况, 结合自评、互评数据, 以课前任务、解决方案、课中任务等多维横向得分科学合理评价学生。<br>3. 布置课后作业与进阶任务<br>布置必选作业的同时, 鼓励学生继续挑战课后进阶任务:    |    |    |
| 学生活动            | 1. 聆听, 完成、自评、互评<br>2. 明确本次课后必选作业<br>3. 完成在线测验<br>学生小组思考的同时, 可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br>4. 挑战进阶任务 (可选项)                                                            |    |    |
| 资源使用            | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                          |    |    |
| 设计意图            | 1. 课堂评价<br>收集学生各环节的学习数据。<br>2. 进阶任务<br>针对函数定义深入探讨作为进阶任务, 巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。<br>3. 拓展提高<br>完成课后作业与在线测验的同时, 通过师生个性化互动, 提供课后个性化拓展思路, 进一步巩固实际应用能力。 |    |    |
| 四、教学反思          |                                                                                                                                                                  |    |    |
| 教学效果            | 微分方程是在多数工科专业课程中都有应用, 也是高等数学中的重要概念, 通过本次课的教学设计, 使学生认识微分方程的定义与分类, 教学效果良好。                                                                                          |    |    |



|       |                                            |
|-------|--------------------------------------------|
| 教学特色  | 学生讨论，教师演示具体求解步骤和注意事项，使学生深入了解微分方程定义与解的结构特征。 |
| 反思与诊改 | 部分学生基础薄弱，需要让学生认识微分方程与普通二次方程的区别。            |

## 教学方案 34：微分方程模块-一阶微分方程

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
|--------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目七 任务 2 一阶微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目七中的任务 2，主要学习一阶微分方程的解法                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了一元函数积分学内容，对不定积分、定积分等相关内容已有较深的认识<br>2. 已经掌握了一元函数导数、微分、积分等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学目标   | 知识目标 | 1. 可分离变量的微分方程及其解法<br>2. 齐次方程与一阶线性微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |       |
|        | 能力目标 | 1. 能够求解一阶微分方程<br>2. 能够求解可分离变量的微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |       |
|        | 思政目标 | 长征火箭成功发射，让学生认识到实践是创新与发展的源动力。                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |       |
| 教学重点   |      | 1. 可分离变量的微分方程<br>2. 齐次方程和一阶线性微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |       |
| 教学难点   |      | 一阶线性非齐次微分方程的通解                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具(SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思                                                                                                                                                                                                                |      |       |

|                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 三、教学实施过程                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教学环节 1                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 引导<br>( 问题导入 )                                                                                                             | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 时长 | 10 |
| 教学内容                                                                                                                       | <p><b>任务 1 可分离变量的一阶微分方程</b></p> <p>一阶微分方程的一般形式 <math>F(x, y, y') = 0</math>，或 <math>y' = f(x, y)</math>。本节将介绍某些特殊类型的一阶微分方程的解法，包括可分离变量的微分方程、齐次方程和一阶线性微分方程。</p> <p><b>定义 1 可分离变量的微分方程</b></p> <p>如果一阶微分方程能化为</p> $N(y)dy = M(x)dx \quad (1)$ <p>的形式，那么原方程称为可分离变量的微分方程。要解这类方程，先把原方程化为(1)式的形式，称为分离变量，再对(1)式两边积分，得</p> $\int N(y)dy = \int M(x)dx,$ <p>便可得到所求的通解。</p> <p>如果要求其特解，可由初始条件 <math>y _{x=x_0} = y_0</math> 代入通解中定出任意常数 <math>C</math> 的值，即可得到相应的特解。</p> <p><b>案例 1</b> 求解微分方程 <math>\frac{dy}{dx} = 2xy</math>。</p> <p><b>案例 2</b> 求微分方程 <math>(1+y^2)dx - xy(1+x^2)dy = 0</math> 满足初始条件 <math>y(1) = 2</math> 的特解。</p> |    |    |
| 教师活动                                                                                                                       | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 学生活动                                                                                                                       | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 资源使用                                                                                                                       | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图                                                                                                                       | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 教学环节 2                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 探索<br>( 解决问题 )                                                                                                             | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 教学内容         | <p><b>任务2 齐次方程</b><br/>可化为形如</p> $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right). \tag{2}$ <p>的微分方程，称为一阶齐次微分方程，简称为齐次方程。例如方程</p> $(xy - y^2)dx - (x^2 - 2xy)dy = 0$ <p>可化为</p> $\frac{dy}{dx} = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy} = \frac{\frac{y}{x} - \left(\frac{y}{x}\right)^2}{1 - 2\left(\frac{y}{x}\right)}.$ <p>它是一阶齐次微分方程。</p> <p>一般地，形如 <math>M(x, y)dy + N(x, y)dx = 0</math> 的方程，若 <math>M(x, y)</math> 与 <math>N(x, y)</math> 均为 <math>x, y</math> 的 <math>m</math> 次齐次函数，则它是可化为形如 (3) 的齐次方程。</p> <p><b>案例3</b> 解微分方程 <math>y' - \frac{y}{x} = 2 \tan \frac{y}{x}</math>。</p> <p>在微分方程中，一般习惯上把 <math>x</math> 看作自变量，但有时若将 <math>y</math> 看作自变量，求解时会很简便，如下例。</p> <p><b>案例4</b> 求微分方程 <math>(y^2 - 3x^2) dy - 2xydx = 0</math> 满足初始条件 <math>y _{x=0} = 1</math> 的特解。</p> <p>与齐次方程类似，某些微分方程通过变量替换可化为可分离变量的方程，然后分离变量，经积分可求得通解。变量替换的方法是解微分方程最常用的方法。</p> |    |    |
|              | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
|              | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |    |
|              | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
|              | 通过教师引导思考,原理讲解，引入讲授内容，并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 教学环节3        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点) | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>任务3 一阶线性微分方程</b><br/>可化为形如</p> $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x). \tag{3}$ <p>的微分方程，称为一阶线性微分方程，其中 <math>P(x), Q(x)</math> 均为 <math>x</math> 的已知函数。当</p> <p><math>Q(x) \equiv 0</math> 时，称方程 (3) 是齐次的；当 <math>Q(x)</math> 不恒为零时，称方程 (3) 是非齐次的。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | <p>这种将线性齐次方程的通解中的任意常数换成待定函数<math>C(x)</math>，然后求得线性非齐次方程的通解的方法，叫做<b>常数变易法</b>。</p> <p>将其通解写成两项之和</p> $y = Ce^{-\int P(x)dx} + e^{-\int P(x)dx} \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx.$ <p>上式右端第一项是对应的线性齐次方程的通解，第二项是线性非齐次方程的一个特解(即在通解(10)中令<math>C=0</math>，便得此特解)。因此，一阶线性非齐次方程的通解等于对应的线性齐次方程的通解与线性非齐次方程的一个特解之和。</p> <p><b>案例 5</b> 求解微分方程 <math>y' - y \cot x = 2x \sin x</math>。</p> |    |    |
| 教师活动         | 教师演示具体步骤，并演示利用公式方法求解,使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲,积极思考,结合矩阵运算性质，掌握计算方法,并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移,通过分类案例的演示，让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p>课中练习，小组讨论完成</p> <p><b>案例 6</b> 求微分方程 <math>(y^2 - 6x)y' + 2y = 0</math> 满足初始条件 <math>y _{x=2} = 1</math> 的特解。</p> <p><b>案例 7</b> 求解微分方程 <math>\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = a(\ln x)y^2</math>。</p>                                                                                                                                                                      |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习,让学生自主练习完成任务,教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习,巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |    |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 10 |
| 教师活动         | <p><b>1. 课堂小结</b></p> <p>(1) 可分离变量的方程: <math>g(y)dy = f(x)dx</math>，两边积分得通解。</p> <p>(2) 一阶齐次方程: <math>y' = \varphi(\frac{y}{x})</math>，令 <math>\frac{y}{x} = u</math>，得 <math>\int \frac{du}{\varphi(u) - u} = \int \frac{dx}{x}</math>。</p>                                                                                                                                |    |    |



|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>注 形如 <math>y' = f(ax + by + c)</math> 的方程可令 <math>ax + by + c = u</math> 转化为可分离变量的方程.</p> <p>(3) 一阶线性方程: <math>y' + P(x)y = Q(x)</math> 的通解为</p> $y = e^{\int -P(x)dx} [\int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C].$ <p>(4) 伯努利方程: <math>y' + P(x)y = Q(x)y^n</math>, 令 <math>y^{1-n} = u</math> 可转化为一阶线性方程.</p> <p><b>2. 布置课后作业与进阶任务</b><br/>布置必选作业的同时, 鼓励学生继续挑战课后进阶任务:</p> |
| 学生活动   | <p>1. 聆听, 完成、自评、互评<br/>2. 明确本次课后必选作业<br/>3. 完成在线测验<br/>学生小组思考的同时, 可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。<br/>4. 挑战进阶任务 (可选项)</p>                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 资源使用   | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 设计意图   | <p><b>1. 课堂评价</b><br/>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b><br/>针对函数定义深入探讨作为进阶任务, 巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b><br/>完成课后作业与在线测验的同时, 通过师生个性化互动, 提供课后个性化拓展思路, 进一步巩固实际应用能力。</p>                                                                                                                                                               |
| 四、教学反思 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 教学效果   | 一阶微分方程的求解, 需要根据不同方程类型, 采用不同方法求解。通过本次课的教学设计, 使学生认识微分方程的定义与分类, 教学效果良好。                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 教学特色   | 通过小组讨论、讲练结合的方式开展教学, 将数学建模软件融入教学, 教师演示具体求解步骤和注意事项, 使学生深入了解微分方程定义与解的结构特征。                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 反思与诊改  | 教学中, 注意让学生理解不同一阶微分方程的类型, 采用不同的方法求解。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

## 教学方案 35：微分方程模块-可降阶的高阶微分方程

|        |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|--------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
| 课程名称   |      | 高等数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 课程类别 | 公共必修课 |
| 授课专业   |      | 建筑工程技术专业                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课年级 | 大一两学期 |
| 章节名称   |      | 项目七 任务 3 可降阶的高阶微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 计划学时 | 2 学时  |
| 参考教材   |      | 《高等数学》，北京师范大学出版社                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |       |
| 教学内容   |      | 本次课内容为项目七中的任务 3，主要学习可降阶的高阶微分方程的解法                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
| 学情分析   | 知识背景 | 1. 学习了一元函数积分学内容，对一阶微分方程相关内容已有一定的认识<br>2. 已经掌握了一元函数导数、微分、积分等相关知识                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
|        | 认知结构 | 有一定的归纳总结能力和软件操作基础                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |       |
|        | 学习特点 | 抽象与逻辑推理能力有限，对知识的应用和实践能力还有待提升                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|        | 知识目标 | 三类可降阶的微分方程及其解法                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学目标   | 能力目标 | 1. 能够判断可降阶的高阶微分方程<br>2. 能够求解三类可降阶的高阶微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |       |
|        | 素质目标 | 培养学生举一反三、根据所学知识迁移进行认知建构的能力                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |       |
|        | 思政目标 | 长征火箭成功发射，让学生认识到实践是创新与发展的源动力。                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |       |
|        | 教学重点 | 三类可降阶的高阶微分方程的解法                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学难点   |      | 三类可降阶的高阶微分方程求解                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |       |
| 教学资源   |      | ✧ 数学工具 (SPSS 软件、Matlab 建模工具、微软数学 APP、wolframalpha 在线平台)<br>✧ 交流互动平台：学习通、雨课堂教学平台<br>✧ 自建《高等数学》精品资源在线课<br>✧ 多媒体课件+智慧教室<br>✧ 爱课程中国大学资源共享课： <a href="http://www.icourses.cn/mooc/">http://www.icourses.cn/mooc/</a><br>✧ 我乐网数学微课(低难度，适合基础较弱学生)： <a href="http://i.56.com/icourse/videos">http://i.56.com/icourse/videos</a> |      |       |
| 二、教学策略 |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |       |
| 教学模式   |      | “情境（问题）探究”模式、“基于资源的研究学习”模式、“引导-讲授-练习”模式                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |       |
| 教学方法   |      | 情境教学法、讲授法、分层差异化教学。围绕教学重难点，采用情境教学，依据学习通、雨课堂线上教学平台等信息技术为手段，同时针对传统数学课堂学生“学困率”高、理论学习兴趣低等特点，通过动画展示实现形象思维到抽象思                                                                                                                                                                                                                 |      |       |

|                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| 维的提升，有效攻克学生对函数的定义难以理解的难点。将“运用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的数学手段”的数学建模思想引入教学，结合动画、自建精品资源课、视频，微课等资源与信息化手段有效突破重难点，实现做中教、做中学。 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 三、教学实施过程                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 教学环节 1                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 引导<br>( 问题导入 )                                                                                                             | 问题导入                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 时长 | 10 |
| 教学内容                                                                                                                       | <p><b>任务 1 <math>y^{(n)} = f(x)</math> 型的微分方程</b></p> <p>从这节起我们讨论二阶和高于二阶的微分方程，这类方程称为<b>高阶微分方程</b>。有些高阶微分方程可以通过代换化成较低阶的方程来求解。以二阶微分方程而论，如果我们能设法作代换把它从二阶降至一阶，那么就有可能用第二节所讲的方法来求解。</p> <p><b>1. <math>y^{(n)} = f(x)</math> 型的微分方程</b></p> <p>微分方程</p> $y^{(n)} = f(x)$ <p>的右端仅含有自变量 <math>x</math>，对于这种方程，两端积分便使它降为一个 <math>n-1</math> 阶的微分方程</p> $y^{(n-1)} = \int f(x)dx + C_1.$ <p>再积分可得</p> $y^{(n-2)} = \int \left[ \int f(x)dx + C_1 \right] dx + C_2.$ <p>依此继续下去，连续积分 <math>n</math> 次，便得方程的含有 <math>n</math> 个任意常数的通解。</p> |    |    |
| 教师活动                                                                                                                       | 通过概念的深入理解与学习，与学生互动,利用启发式教学方法,提出问题,引导学生对课堂设置问题进行回答并归纳、讨论,激发学生的探索欲。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |
| 学生活动                                                                                                                       | 结合教师提出的问题,参阅教材内容讨论探究,积极思考并回答问题                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |    |
| 资源使用                                                                                                                       | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |    |
| 设计意图                                                                                                                       | 学生通过复习,进一步巩固基础知识,熟悉本次课教学内容。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 2                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |
| 探索<br>( 解决问题 )                                                                                                             | 探索归纳，概念精讲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 时长 | 20 |
| 教学内容                                                                                                                       | <b>案例 1</b> 求微分方程 $y''' = e^{2x} - \cos x$ 的通解。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |    |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
| <p>任务2 <math>y'' = f(x, y')</math>型的微分方程</p> <p>微分方程 <math>y'' = f(x, y')</math> 中不显含未知函数 <math>y</math>. 如果设 <math>y' = p</math>, 则</p> $y'' = \frac{dp}{dx} = p', \text{ 方程变成 } p' = f(x, p).$ <p>这是关于 <math>x</math> 和 <math>p</math> 的一阶微分方程, 设其通解为</p> $p = \psi(x, C_1).$ <p>由于 <math>p = \frac{dy}{dx}</math>, 因此又得到一个一阶微分方程</p> $\frac{dy}{dx} = \psi(x, C_1).$ <p>对它积分即得 (6-19) 的通解</p> $y = \int \psi(x, C_1) dx + C_2.$ <p>案例2 求方程 <math>(1+x^2)y'' + 2xy' = 1</math> 的通解.</p> <p>案例3 求方程 <math>y''(x^2+1) = 2xy'</math> 满足初始条件 <math>y _{x=0}=1, y' _{x=0}=3</math> 的特解.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 教师活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 教师根据学生的讨论情况,通过多媒体演示,直观讲解,使学生形成本节重点内容的知识建构.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 学生活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 认真听讲,积极思考                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 资源使用                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |
| 设计意图                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 通过教师引导思考,原理讲解,引入讲授内容,并结合习题加深对方法的理解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |    |
| 教学环节3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |    |
| 精讲<br>(攻克难点)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 精讲难点+练习巩固                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 时长 | 20 |
| 教学内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>任务3 <math>y'' = f(y, y')</math>型的微分方程</p> <p>微分方程</p> $y'' = f(y, y')$ <p>中不显含自变量 <math>x</math>, 对于这类方程, 令 <math>y' = p</math>, 两边对 <math>x</math> 求导得</p> $y'' = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = p \frac{dp}{dy}.$ <p>则方程 (6-20) 变成</p> $p \frac{dp}{dy} = f(y, p).$ <p>这是一个关于变量 <math>p</math> 和 <math>y</math> 的一阶微分方程, 设它的通解为</p> |    |    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|
|              | $y' = p = \varphi(y, C_1).$ <p>分离变量并积分, 即可得方程 (6-20) 的通解</p> $\int \frac{dy}{\varphi(y, C_1)} = x + C_2.$ <p><b>例 4</b> 求微分方程 <math>yy'' - (y')^2 = 0</math> 的通解.</p>                                                                                                                                                                                                                     |    |    |
| 教师活动         | 教师演示具体步骤, 并演示利用公式方法求解, 使学生进一步深入了解本节重点内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动         | 认真听讲, 积极思考, 结合矩阵运算性质, 掌握计算方法, 并做相关练习巩固.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图         | 引导学生知识迁移, 通过分类案例的演示, 让学生熟练掌握应用方法和注意事项.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 教学环节 4       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 巩固<br>(融入建模) | 练习+巩固+总结                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 时长 | 20 |
| 教学内容         | <p><b>随堂练习:</b></p> <p>1. 求下列微分方程的通解: (1) 设 <math>y' = 2x(y+2)</math>; (2) <math>\frac{y}{x}y' + e^y = 0</math>.</p> <p>2. (降落速度与空气阻力问题) 设降落伞从跳伞塔下落, 所受的空气阻力与速度成正比, 降落伞离开塔顶时 (<math>t=0</math>) (的速度为零, 求降落伞下落速度与时间 <math>t</math> 的函数关系。</p>                                                                                                                                             |    |    |
| 教师活动         | 布置课中练习, 让学生自主练习完成任务, 教师根据学生反馈信息进行针对性的讲解                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 学生活动         | 完成课堂练习, 巩固并熟练掌握重点内容与方法                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |    |
| 资源使用         | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |    |
| 设计意图         | 通过本环节的设计培养学生探索发现、归纳总结、举一反三的思维能力                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 教学环节 5       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |
| 评价-总结        | 归纳总结+评价;<br>布置课后作业与进阶任务                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 时长 | 10 |
| 教师活动         | <p><b>1. 课堂小结</b></p> <p>(1) <math>y^{(n)} = f(x)</math> 型, 连续积分 <math>n</math> 次, 便得方程的含有 <math>n</math> 个任意常数的通解.</p> <p>(2) <math>y'' = f(x, y')</math> 型 (不显含未知函数 <math>y</math>). 令 <math>y' = p</math>, 方程变成 <math>p' = f(x, p)</math>.</p> <p>(3) <math>y'' = f(y, y')</math> 型 (不显含自变量 <math>x</math>). , 令 <math>y' = p</math>, 方程变成 <math>p \frac{dp}{dy} = f(y, p)</math>.</p> |    |    |



|               |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|               | <p><b>2. 布置课后作业与进阶任务</b></p> <p>布置必选作业的同时，鼓励学生继续挑战课后进阶任务：</p>                                                                                                                                                |
| 学生活动          | <p>1. 聆听，完成、自评、互评</p> <p>2. 明确本次课后必选作业</p> <p>3. 完成在线测验</p> <p>学生小组思考的同时，可完成雨课堂教学平台上设置的在线测验与互动。</p> <p>4. 挑战进阶任务（可选项）</p>                                                                                    |
| 资源使用          | 教材+多媒体课件+超级计算器 APP+智慧课室                                                                                                                                                                                      |
| 设计意图          | <p><b>1. 课堂评价</b></p> <p>收集学生各环节的学习数据。</p> <p><b>2. 进阶任务</b></p> <p>针对函数定义深入探讨作为进阶任务，巩固提升学生的综合分析能力。培养学生利用“数学原理”解决专业问题的能力。</p> <p><b>3. 拓展提高</b></p> <p>完成课后作业与在线测验的同时，通过师生个性化互动，提供课后个性化拓展思路，进一步巩固实际应用能力。</p> |
| <b>四、教学反思</b> |                                                                                                                                                                                                              |
| 教学效果          | 三类不同高阶微分方程的求解，需要根据不同方程类型，采用不同方法求解。通过本次课的教学设计，使学生认识微分方程的定义与分类，教学效果良好。                                                                                                                                         |
| 教学特色          | 通过小组讨论、讲练结合的方式开展教学，将数学建模软件融入教学，教师演示具体求解步骤和注意事项，使学生深入了解微分方程定义与解的结构特征。                                                                                                                                         |
| 反思与诊改         | 教学中，注意让学生理解不同高阶微分方程的类型，可采用不同的方法求解。                                                                                                                                                                           |