

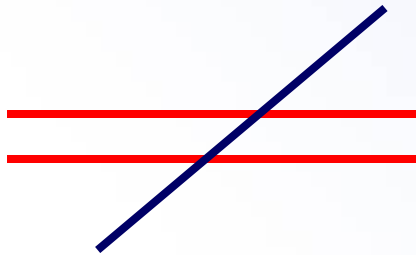


# 第3章 资金时间价值与等值计算

# 3.1 时间价值与资金等值概念



资金的时间价值，是指同样数额的资金在不同的时间点上具有不同的价值。



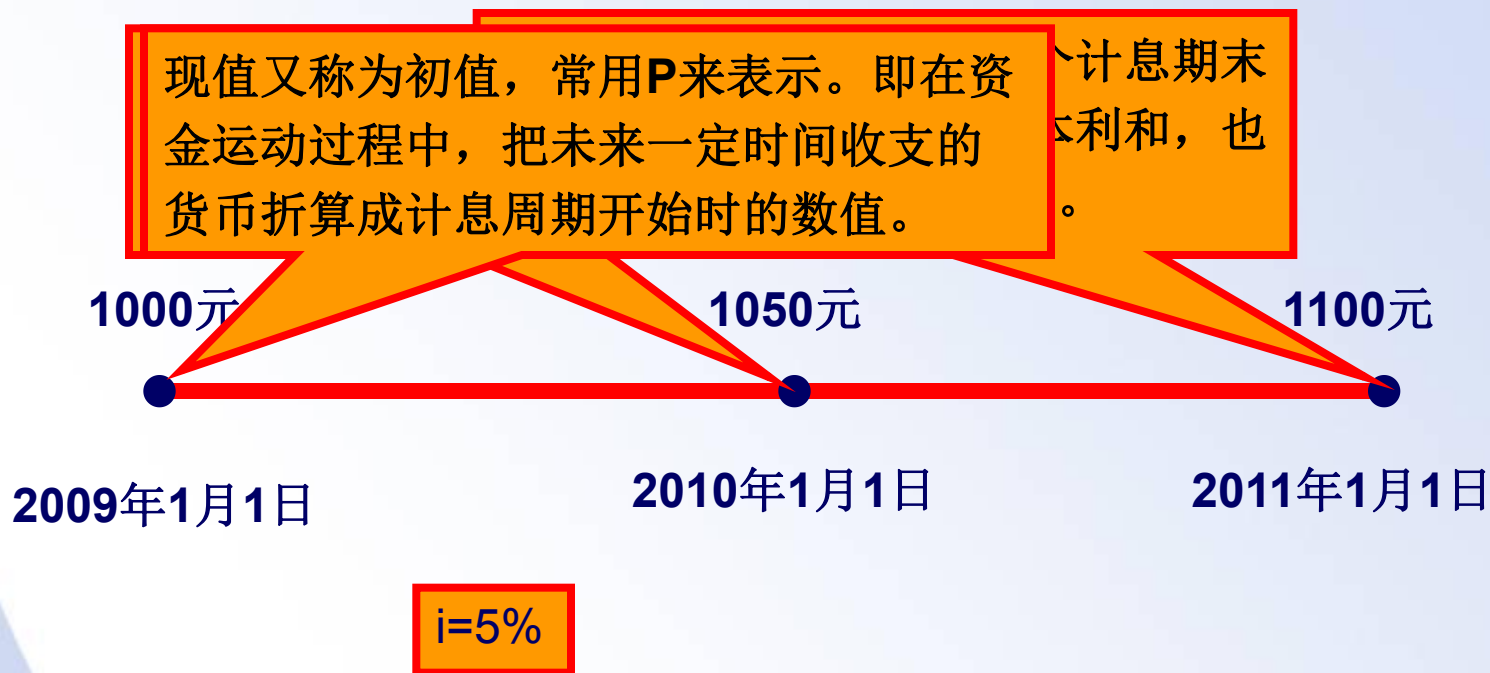
## 影响资金时间价值的因素主要有以下几点。

- ❖ (1) 资金的使用时间。
- ❖ (2) 资金数量的大小。
- ❖ (3) 资金投入和回收的特点。在总资金一定的情况下，**前期**投入的资金越多，资金的**负效益**越大；反之，后期投入的资金越多，资金的负效益越小。在资金回收额一定的情况下，离投资初始期越近的时间回收的资金越多，资金的时间价值就越大；反之，离投资初始期越远的时间回收的资金越多，资金的时间价值就越小。
- ❖ (4) 资金周转的速度。资金周转越快，在一定的时间内等量资金的时间价值越大；反之，资金的时间价值越小。

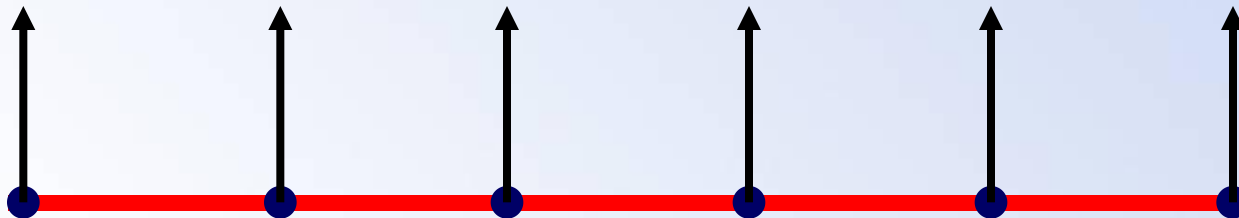


## 3.1.2 资金等值的概念

所谓**等值**是指在不同的时点上的两笔不同数额的资金具有相同的经济价值，用**E**表示。



年金是指一定时期内每次等额收付的系列款项，通常记做 $A$ 。



折现也叫贴现，即把终值换算为现值的过程。  
贴现或折现所用的利率称之为折现率或贴现率。



# 资金等值换算的步骤

## 资金等值换算的步骤

确定不同时点上资金的数额的大小

确定利率的大小

选择合适的换算方法

## 3.2 利息、利率与计算

### ❖ 3.2.1 单利与复利的计算

#### 1. 利息

在借贷过程中，债务人支付给债权人超过原借贷金额的部分就是利息。即

$$I = F - P \quad (3-1)$$

式中，  $I$  ——利息；

$F$  ——目前债务人应付(或债权人应收)总金额，即还本付息总额；

$P$  ——原借贷金额，常称为本金。



# 3.2 利息、利率与计算

## ❖ 3.2.1 单利与复利的计算

### 2. 利率

利率就是在单位时间内所得利息额与原借贷金额之比，通常用百分数表示。即

$$i = \frac{I_t}{P} \times 100\% \quad (3-2)$$

式中，

$i$  ——利率；

$I_t$  ——单位时间内所得的利息额。

$t$  ——用于表示计算利息的时间单位称为计息周期，计息周期通常为年、半年、季、月、周或天。

**【应用案例3-1】** 某人现借得本金1 000元，一年后付息35元，则年利率为：

$$\frac{35}{1000} \times 100\% = 3.5\%$$



## 3.2 利息、利率与计算

### ❖ 3.2.1 单利与复利的计算

#### 3. 利息的计算

##### 1) 单利

所谓单利是指在计算利息时，仅用最初本金来计算，而不计入先前计息周期中所累积增加的利息，即通常所说的“利不生利”的计息方法。其计算式如下：

$$I_t = P \times i_{\text{单}} \times n \quad (3-3)$$

式中，

$I_t$  ——第  $t$  计息周期的利息额；

$i$  ——计息周期单利利率。

$P$  ——本金；

而  $n$  期末单利本利和  $F$  等于本金加上总利息，即

$$F = P + I_n = P (1 + n \times i) \quad (3-4)$$



**【应用案例3-2】** 假如某企业以单利方式借入1 000万元，年利率8%，第4年年末偿还，则各年利息和本利和如表3-1所示。

表3-1 单利计算分析表

单位：万元

使用年限(年)	年初款额	年末利息	年末本利和	年末偿还
1	1 000	80	1 080	0
2	1 080	80	1 160	0
3	1 160	80	1 240	0
4	1 240	80	1 320	1 320

**【案例点评】**

由表3-1可见，单利的年利息额都仅由本金所产生，其新生利息不再加入本金产生利息，此即“利不生利”。这不符合客观的经济发展规律，没有反映资金随时间的变化而“增值”的概念，也即没有完全反映资金的时间价值。在工程经济分析中单利使用较少，通常只适用于短期投资或短期贷款。



## 2) 复利

所谓复利是指在计算某一计息周期的利息时，其先前周期上所累积的利息要计算利息，即“利生利”、“利滚利”的计息方式。其表达式如下：

$$I_t = i \times F_{t-1} \quad (3-6)$$

式中，

$i$  ——计息周期复利利率；

$F_{t-1}$  ——表示第(  $t-1$  )期末复利本利和。

而第  $t$  期末复利本利和的表达式如下：

$$F_t = F_{t-1}(1 + i) \quad (3-7)$$



**【应用案例3-3】** 假如某企业以单利方式借入1 000万元，年利率8%，第4年年末偿还，按复利计算，则各年利息和本利和如表3-2所示。

表3-2 复利计算分析表

单位：万元

使用年限(年)	年初款额	年末利息	年末本利和	年末偿还
1	1 000	80	1 080	0
2	1 080	86.4	1 166.400	0
3	1 160	93.312	1 259.712	0
4	1 240	100.777	1 360.489	1 360.489

同一笔借款，在利率和计息周期均相同的情况下，用复利计算出的利息金额比用单利计算出的利息金额多。在工程经济分析中，一般采用复利计算。



## 3.2 利息、利率与计算

### ❖ 3.2.2 名义利率与实际利率

利不生利

#### 1. 名义利率的计算

所谓名义利率(用  $r$  表示)就是非实效利率，指计息周期利率  $i$  乘以一年内的计息周期数  $m$  所得的年利率。即

$$r = i \times m \quad (3-8)$$

若计息周期月利率为1%，则年名义利率为12%。很显然，计算名义利率时忽略了前面各期利息再生的因素，这与单利的计算相同。通常所说的年利率都是名义利率。



## 3.2 利息、利率与计算

### ❖ 3.2.2 名义利率与实际利率

#### 2. 有效利率的计算

有效利率是指资金在计息中所发生的实际利率，包括**计息周期有效利率**和**年有效利率**两种情况。

(1) **计息周期有效利率**，即计息周期利率，由式(3-8)可得

$$i = \frac{r}{m} \quad (3-9)$$



## 3.2 利息、利率与计算

### ❖ 3.2.2 名义利率与实际利率

(2) 年有效利率，即年实际利率。

若用计息周期利率来计算年有效利率，并将年内的**利息再生**因素考虑进去，这时所得的年利率称为年有效利率(又称年实际利率)。即有效利率  $i_{eff}$  为：

$$i_{eff} = \frac{I}{P} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

由此可见，有效利率和名义利率的关系实质上与复利和单利的关系一样。



**【应用案例3-4】** 现设年名义利率  $r=10\%$ ，则年、半年、季、月、日的年有效利率如表3-3所示。

表3-3 应用案例3-4用表

年名义利率	计息期	年计息次数	计息期利率	年有效利率
10%	年	1	10%	10%
	半年	2	5%	10.25%
	季	4	2.5%	10.38%
	月	12	0.833%	10.47%
	日	365	0.0274%	10.51%

**【案例点评】**

从式(3-9)和表3-3可以看出，每年计息周期  $m$  越多， $i_{eff}$  与  $r$  相差越大；另一方面，名义利率为10%，按季度计息时，按季度利率2.5%计息与按年利率10.38%计息，二者是等价的。在工程经济分析中，如果各方案的计息期不同，就不能简单地使用名义利率来评价，而必须换算成有效利率进行评价，否则会得出不正确的结论。



**【练习1】**：商业住房按揭贷款杭州商业银行按揭贷款的  
年名义利率  $r = 5.04\%$ ，每年计息**12**次

$$\text{年实际利率 } i = (1 + r / m)^m - 1$$

$$= (1 + 5.04\% / 12)^{12} - 1$$

$$= 5.158\%$$

$$i > r$$



**【练习2】**从银行借入资金**10**万元，年名义利率**r**为**12%**，分别按每年计息**1**次以及每年计息**12**次，求年实际利率**i** 和本利和**F**？

解：若每年计息**1**次

$$i = (1 + r / m)^m - 1 = (1 + 0.12 / 1)^1 - 1 = 12\%$$

$$F = P(1 + i)^n = 10 \times 1.12 = 11.2 \text{ 万元}$$

若每年计息**12**次

$$i = (1 + 0.12 / 12)^{12} - 1 = 12.68\%$$

$$F = P(1 + i)^n = 10 \times 1.1268 = 11.268 \text{ 万元}$$

即：**m > 1**时，实际利率**i**大于名义利率**r**，计息次数越多，实际利率**i**越高。



**【练习3】** 某企业向银行贷款20万元，条件是年利率12%，每月计息一次，求年实际利率以及3年末应归还的本利和？

解： 年实际利率

$$i = (1 + 12\%/12)^{12} - 1 = 12.7\%$$

三年后一次性归还本利和：

$$F = 20 (F/P, 12\%, 3) = 20 \times 1.405 \\ = 28.1 \text{ (万元)}$$

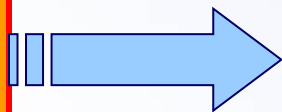
(正确吗？)



## 3.3 资金等值计算

- ❖ 把在一个时点发生的资金金额换算成另一时点的等值金额，这一过程叫做资金的等值计算。

常用的等值复利计算公式



一次支付的终值和现值计算公式

等额支付系列的终值、现值、资金回收和偿债基金计算公式

# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

### 1. 一次支付的终值和现值的计算

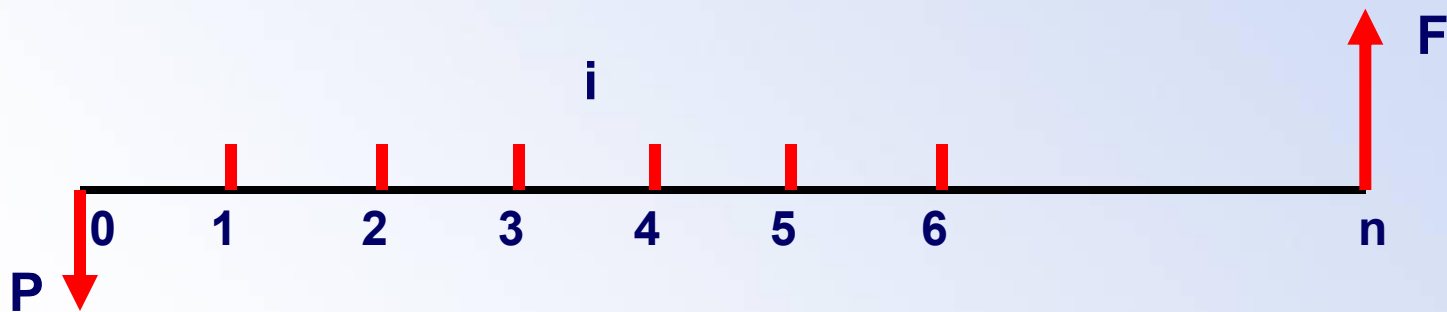


图3.2 一次支付现金流量图

图中： $n$  ——计息的期数； $P$  ——现值(即现在的资金价值或本金)；  
 $F$  ——终值(即  $n$  期末的资金值或本利和)。 $i$  ——计息期复利率；

# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

### 1. 一次支付的终值和现值的计算



特别提示

1) 终值计算(已知  $P$  求  $F$  )

$$F = P(1+i)^n \quad (3-10)$$

$$\underline{F = P(F/P, i, n)} \quad (3-11)$$

在  $(F/P, i, n)$  这类符号中，括号内斜线上的符号表示所求的未知数，斜线下的符号表示已知数。

$(F/P, i, n)$  表示在已知  $P$ 、 $I$  和  $n$  的情况下求解  $F$  的值。

## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

**【应用案例3-5】** 某人借款10 000元，年复利率  $i = 10\%$ ，试问5年末连本带利一次需偿还多少？

**【案例点评】**

$$F = P(1 + i)^n = 10000 \times (1 + 10\%)^5 = 16105.1 \text{元}$$



## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

2) 现值计算(已知  $F$  求  $P$  )

由式(3-10)的逆运算即可得出现值  $P$  的计算式为

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F(1+i)^{-n} \quad (3-12)$$

式中,  $(1+i)^{-n}$ 称为一次支付现值系数, 用符号(  $F/P, i, n$  )表示。式(3-12)又可写成

$$P = F(P/F, i, n)$$



## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

**【应用案例3-6】**某企业对投资收益率为10%的项目进行投资,希望5年未有10 000万元资金,现在需投资多少?

#### **【案例点评】**

$$P = F(1+i)^{-n} = 10000 \times (1+10\%)^{-5} = 6209 \text{ 万元}$$

**结论:**现值系数与终值系数是互为倒数.

$$(P/F, i, n) = \frac{1}{(F/P, i, n)^n}$$



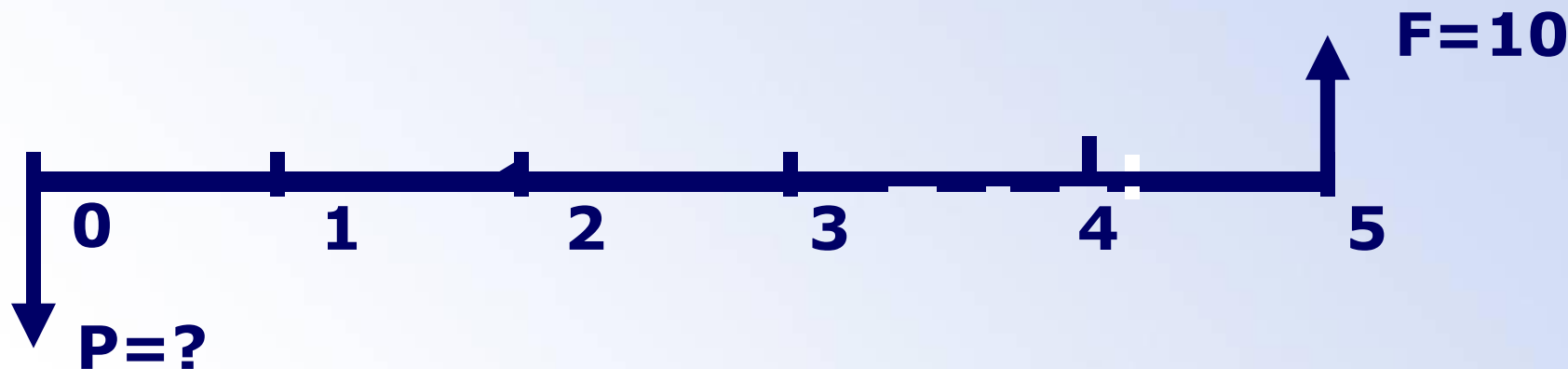
**【练习4】**一份遗书上规定有250000元留给未成年的女儿，但是，暂由她的保护人保管8年。若这笔资金的利率是 5%，问8年后这位女孩可以得到多少钱？

解：  $F = P(1 + i)^n = 250000 \times (1 + 0.05)^8 = 369250$ 元

$$F = P(F / P, i, n) = 250000 \times 1.477 = 369250$$
元



**【练习5】** 某刚刚参加工作的大学生欲筹备未来结婚费用，打算5年后从银行得到10万元，如果银行利率为12%，问现在应存入银行多少钱？



解：  $P = F(1 + i)^{-n} = 10 \times (1 + 12\%)^{-5} = 5.67$  万元

$P = F(P / F, 12\%, 5) = 10 \times 0.5674 = 5.67$  万元



**【练习6】** 某人把**10000**元，按利率**10%**（以单利计息）借给朋友**3**年。**3**年后，改以复利计息，朋友又使用了**4**年。最后他从朋友那里收回的本利和**F**是多少？

解： 单利计息法公式： $F_{\text{前3年}} = P(1 + i n)$

复利计息法公式： $F_{\text{后4年}} = P(1 + i)^n$

$$F = 10000(1 + 10\% \times 3)(1 + 10\%)^4 = 19033 \text{元}$$

最后可收回本利和是**19033**元。

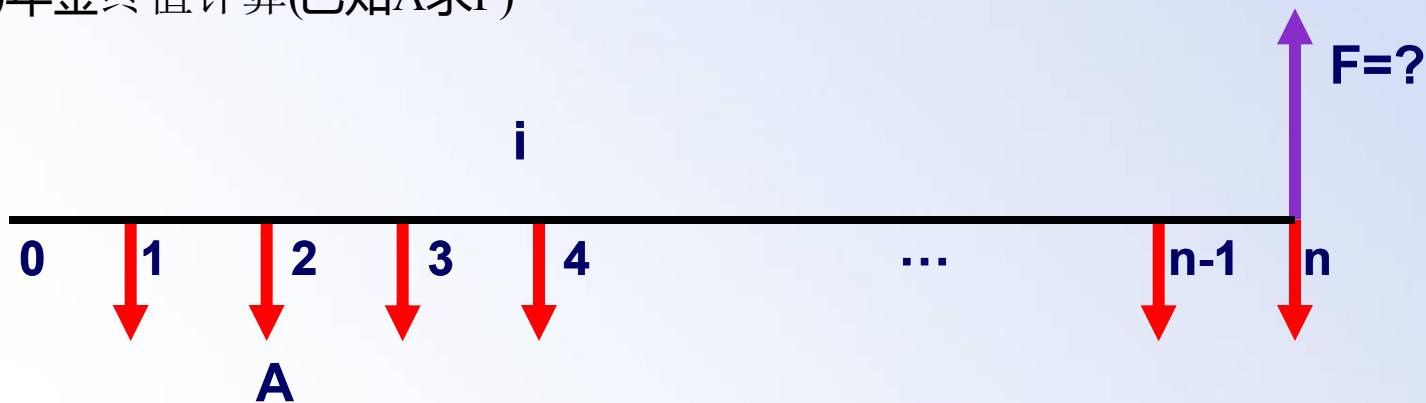


# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

### 2. 等额支付系列的终值、现值、资金回收和偿债基金计算

#### 1) 年金终值计算(已知A求F)



$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \text{或} \quad F = A(F/A, i, n)$$

A表示年金; F表示终值

## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

**【应用案例3-7】** 某同学每年末向银行存款500元，连续10年，银行利率为8%，问第10年末他的账上有存款多少？

#### **【案例点评】**

$$A = 500 \text{元}, n = 10, i = 8\%$$

$$F = 500 \times \frac{(1 + 0.08)^{10} - 1}{0.08} = 7243.25 \text{元}$$

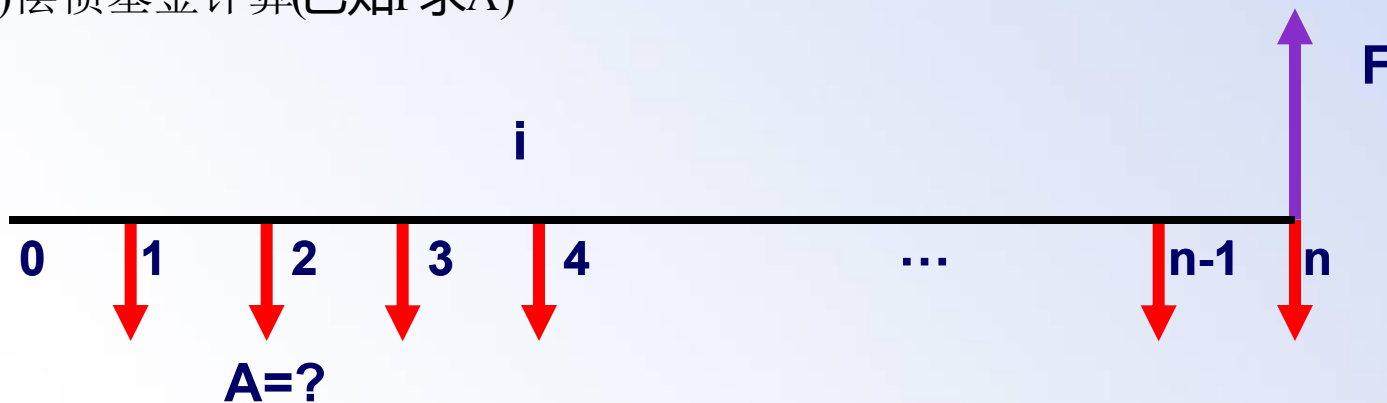


# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

### 2. 等额支付系列的终值、现值、资金回收和偿债基金计算

#### 2) 偿债基金计算(已知F求A)



$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \text{或} \quad A = F(A/F, i, n)$$

A表示年金; F表示终值

## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

**【应用案例3-8】** 某企业若要在5年以内还清本利和共300万元，年利率为8%，问每年应偿还多少？

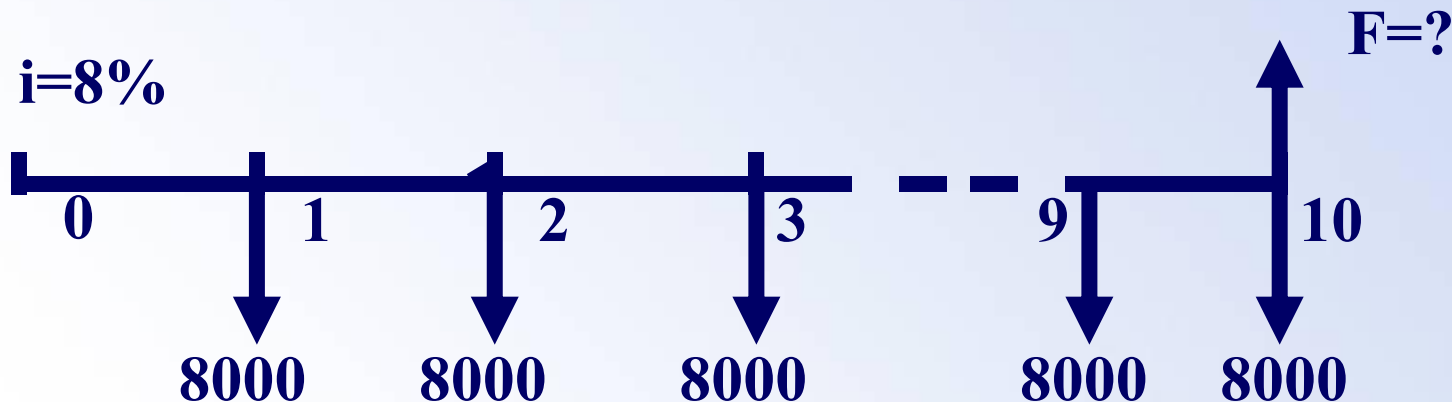
#### **【案例点评】**

$$F = 300 \text{元}, n = 5, i = 8\%$$

$$A = 300 \times \frac{0.08}{(1 + 0.08)^n - 1} = 51.137 \text{万元}$$



**【练习7】** 一位工作了3年的大学生想购买一套房子，他从 25岁起每年末向银行存入8 000元，连续存10年，若银行年利率为8%，问10年后共有多少本利和？



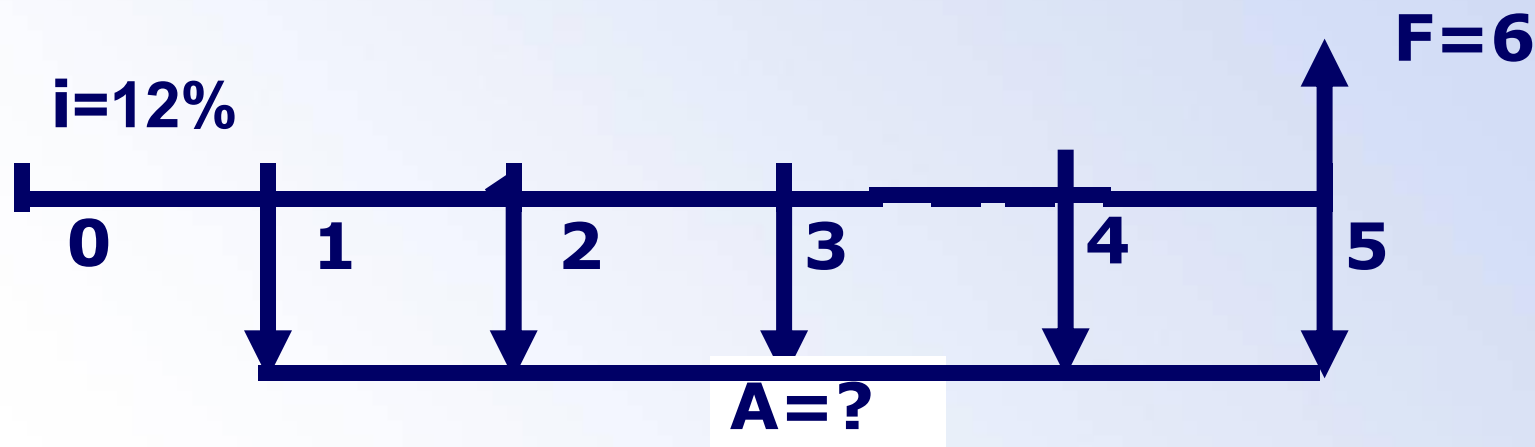
$$F = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$F = A(F/A, i, n) = 8000 \times (F/A, 8\%, 10)$$

$$= 8000 \times 14.487 = 115892 \text{元}$$



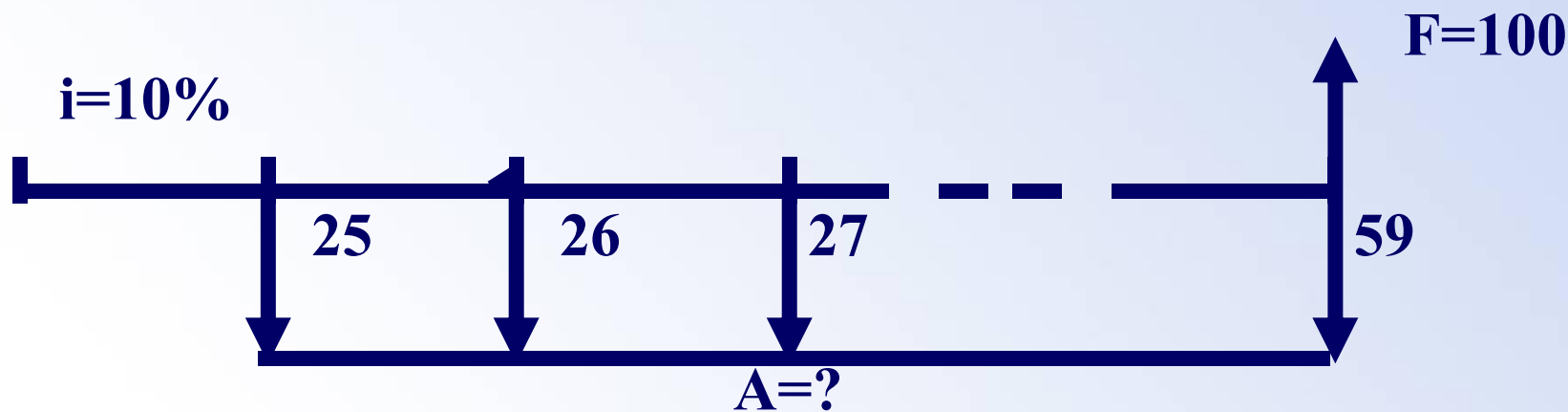
【练习8】一对夫妇欲积累一笔育儿基金，用于5年后供孩子上大学用。此项基金约需要6万元，银行利率12%，问每年末至少要存款多少？



$$\begin{aligned} \text{解: } A &= F(A/F, i, n) = 6 \times (A/F, 12\%, 5) \\ &= 6 \times 0.15741 \\ &= 0.9445 \text{ (万元)} \end{aligned}$$



**【练习9】** 某人学习了工程经济学课程以后，了解到达到富裕的最佳决策及实施这一决策的方法是利用货币的增值能力。如果他希望在年满59岁退休时拥有100万元，他决定从25岁生日时就开始投资，假定投资的年收益率为10%，则从第 25个生日起，到第59个生日止，每个生日必须投资多少？



解：  $A = F(A / F, i, n)$   
 $= 100 \times (A / F, 10\%, 35)$   
 $= 100 \times 0.00369 = 0.369$  (万元)

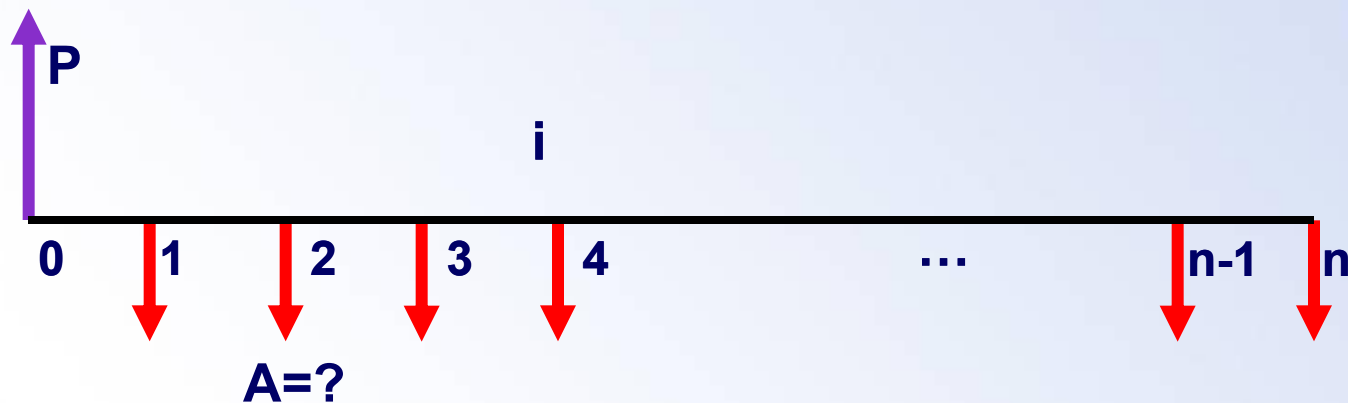


# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

2. 等额支付系列的终值、现值、资金回收和偿债基金计算

3) 资本回收计算(已知P求A)



$$A = P \frac{i}{(1+i)^n - 1} = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

**【应用案例3-9】**某企业投资1 000万元人民币，每年回收率为8%，在10年内收回全部本利，则每年应收回多少？

#### 【案例点评】

$$P = 1000, n = 10, i = 8\%$$

$$A = 1000 \times \frac{8\%(1+8\%)^{10}}{(1+0.08)^{10} - 1} = 149.03 \text{万元}$$

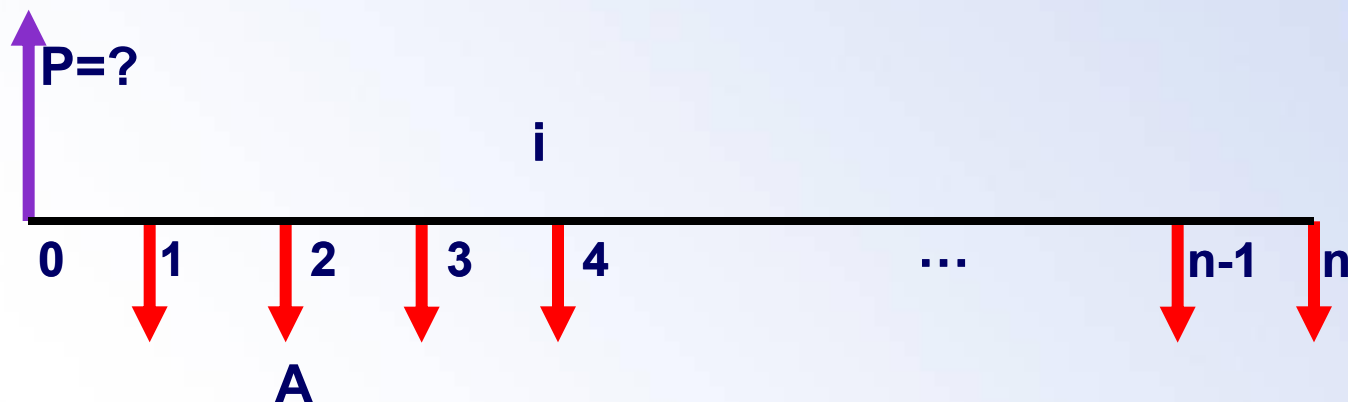


# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

### 2. 等额支付系列的终值、现值、资金回收和偿债基金计算

#### 4) 年金现值计算(已知A求P)



$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)}$$

## 3.3 资金等值计算

### ❖ 3.3.1 资金等值计算的公式

**【应用案例3-10】** 为在未来的10年中，每年年末收回10万元，每年收回率8%，现需投资多少？

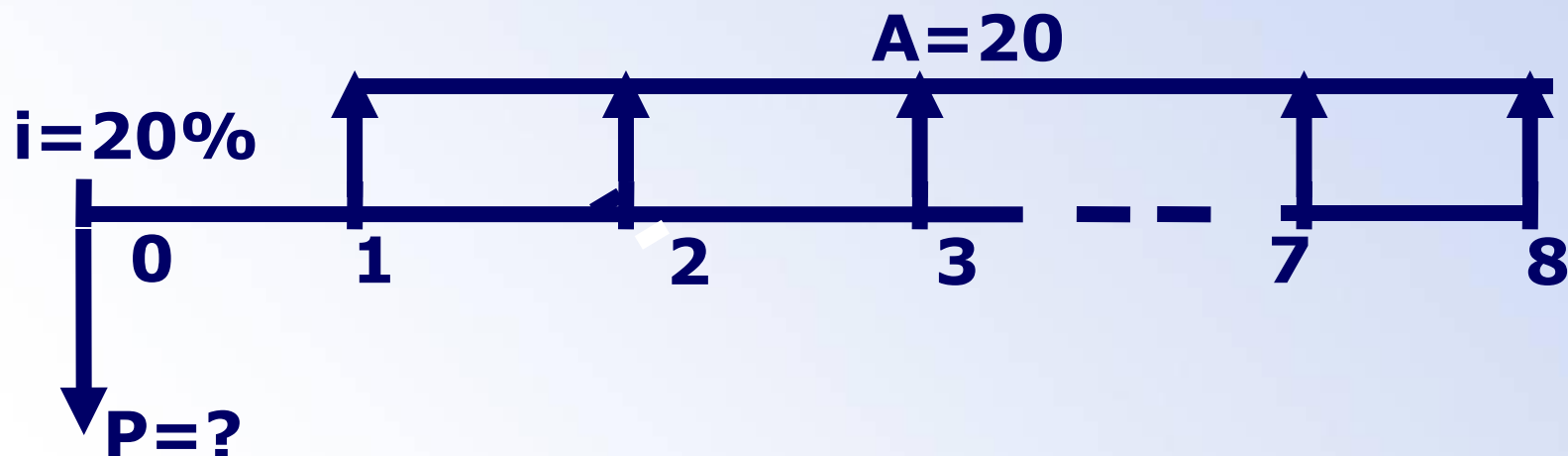
#### **【案例点评】**

$$A = 50000, n = 10, i = 8\%$$

$$P = 50000 \times \frac{(1+8\%)^{10} - 1}{0.08 \times (1+0.08)^{10}} = 67.1 \text{万元}$$

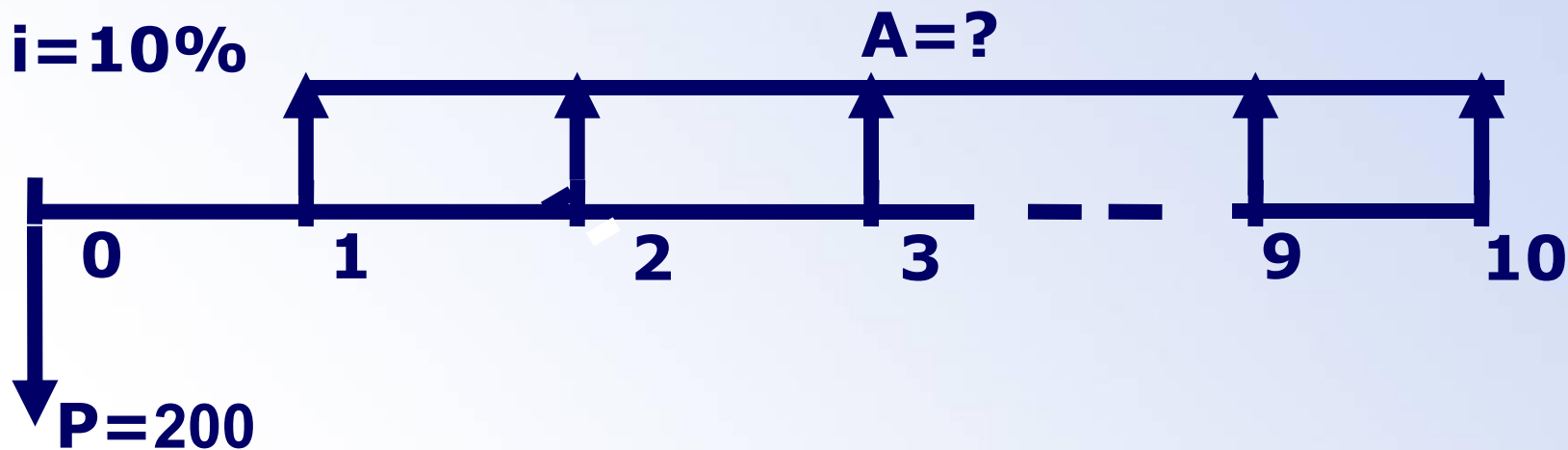


**【练习10】** 有一家小饭店要转让，合同期为8年，预计年净收益20万元，若投资者要求的收益率为20%，问投资者最多愿意出多少价格接手小饭店？



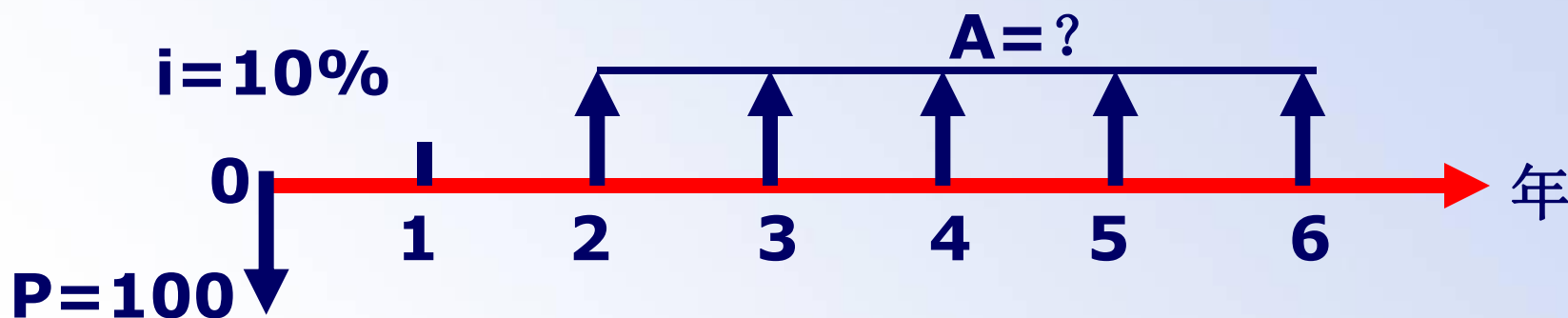
解：  $P = A \times (P/A, i, n)$   
 $= 20 \times (P/A, 20\%, 8)$   
 $= 20 \times 3.837 = 76.74$  (万元)

**【练习11】** 某投资项目贷款200万元，银行要求在10年内等额收回全部贷款，已知贷款利率为10%，那么项目每年的净收益不应少于多少万元？



解：  $A = P(A/P, i, n) = 200(A/P, 10\%, 10)$   
 $= 200 \times 0.16275 = 32.6$  万元

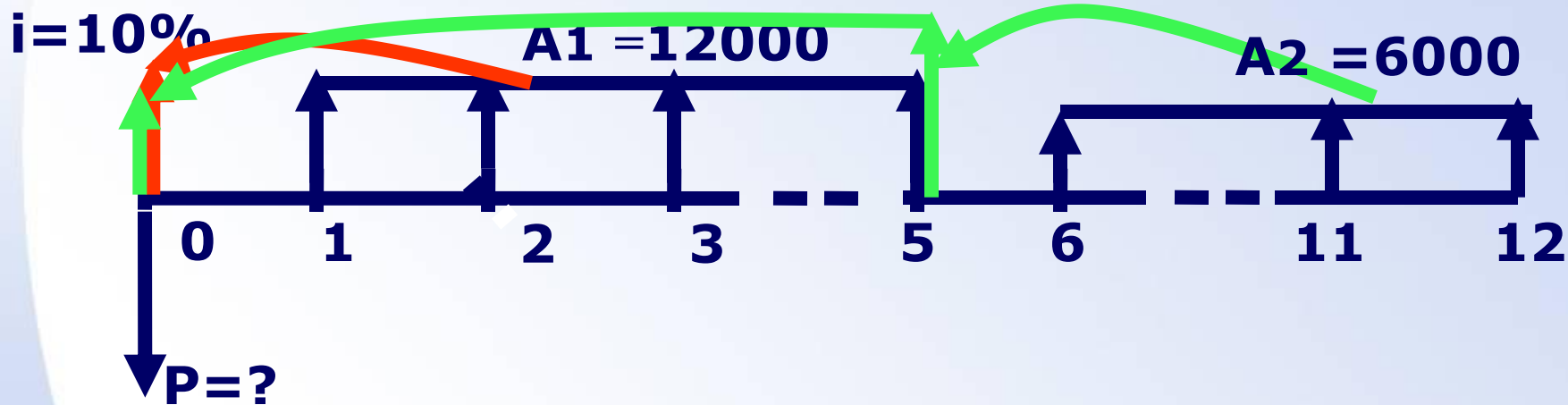
**【练习12】**几个大学生合资建设一家废旧金属回收公司，期初投资100万元，建设期1年，第二年投产，如果年利率为10%，打算投产后5年内收回全部投资，问该厂每年应最少获利多少？



解：  $A = P(F / P, 10\%, 1) (A / P, 10\%, 5)$   
 $= 100 \times 1.100 \times 0.2638 = 29.018$  万元  
 $A = 100 (F / P, 10\%, 6) (A / F, 10\%, 5)$   
 $= 100 \times 1.722 \times 0.1638 = 29.016$  万元



**【练习13】**一位发明者转让其专利使用权，一种收益方式是在今后5年里每年收到12000元，随后又连续7年每年收到6000元，另一种收益方式是将前种收益形式改为一次性付款。在不考虑税收的情况下，如要求年收益率10%，投资者选择后一种方式，即一次性购买专利权的价格为多少？



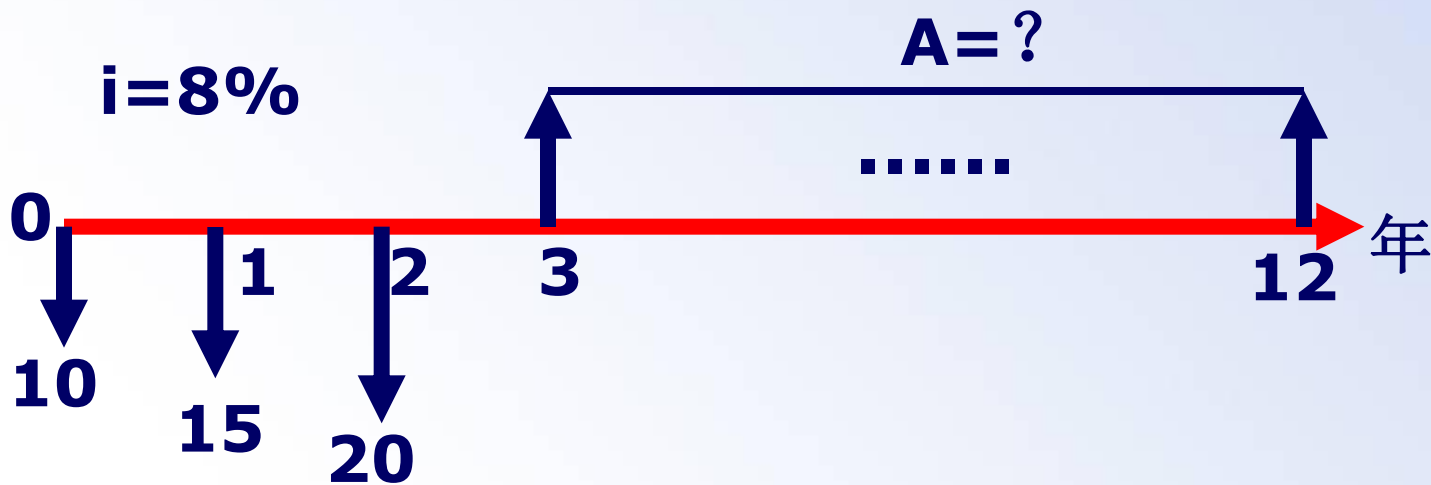
解：  $P_{\text{前5年}} = A_1 (P/A, 10\%, 5) = 45492$  元

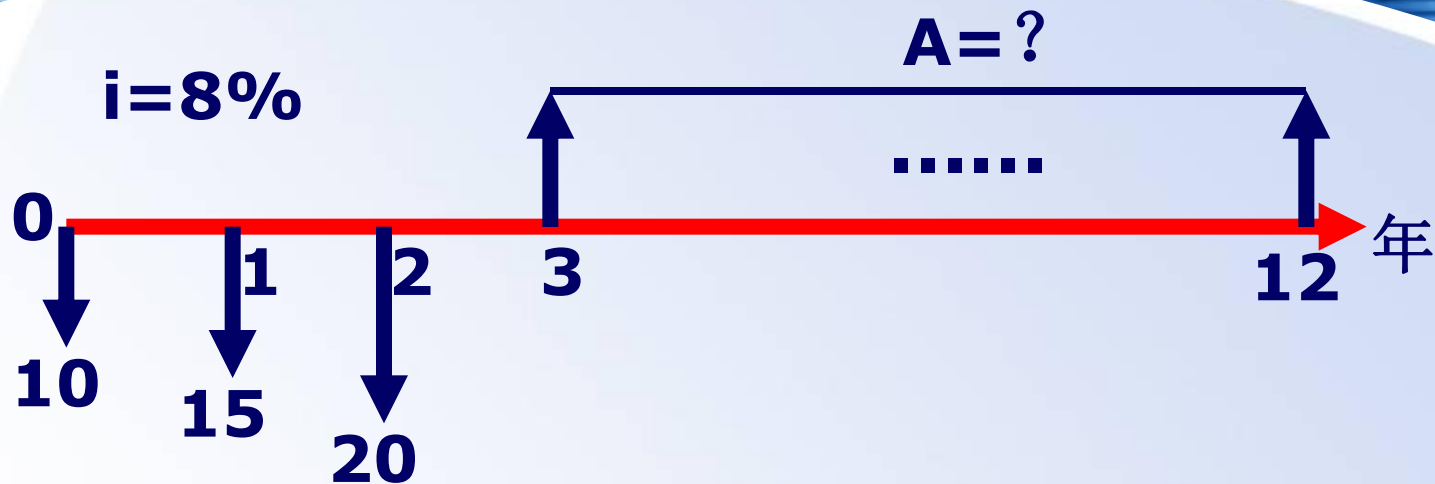
$P_{\text{后7年}} = A_2 (P/A, 10\%, 7) (P/F, 10\%, 5) = 18135$  元

$P = P_{\text{前5年}} + P_{\text{后7年}} = 63627$  元



**【练习14】**浙江某大学毕业生欲回家乡筹办一家澳洲火鸡饲养场，第一年投资 10万元，1年后又投资 15万元，2年后再投入 20万元，第3年建成投产。投资全部由一家银行贷款，年利率为8%。贷款从第三年开始每年年末等额偿还，还款期10年。问每年应至少收益（偿还银行贷款）多少万元？





解：方案投产年年初的总投资额为：

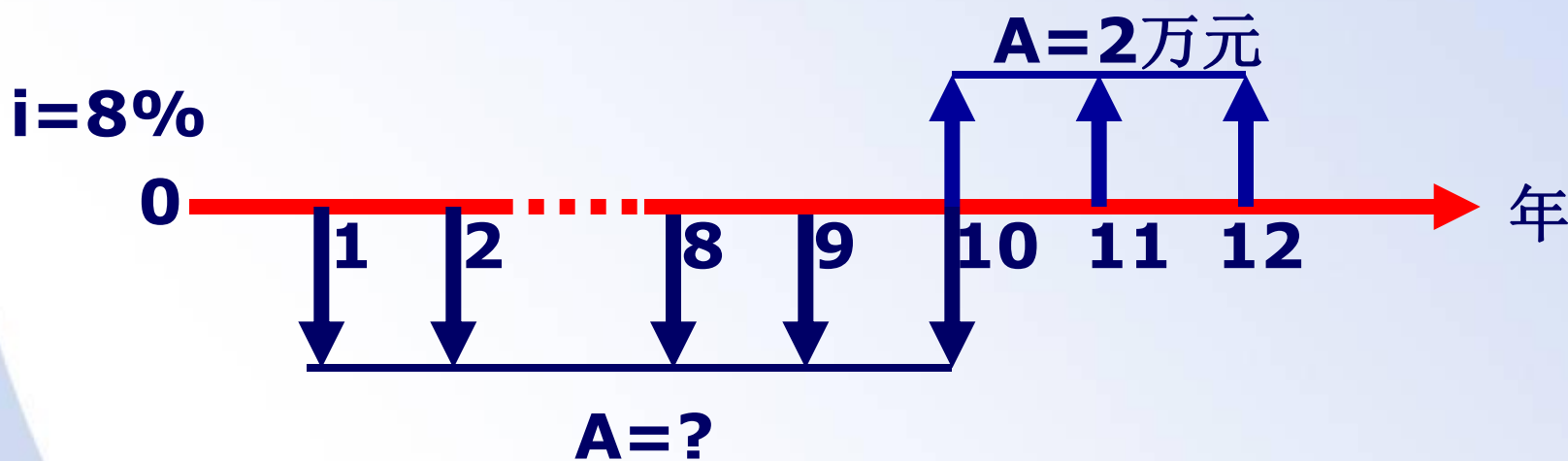
$$P=10(F/P, 8\%, 2)+15(F/P, 8\%, 1)+20$$

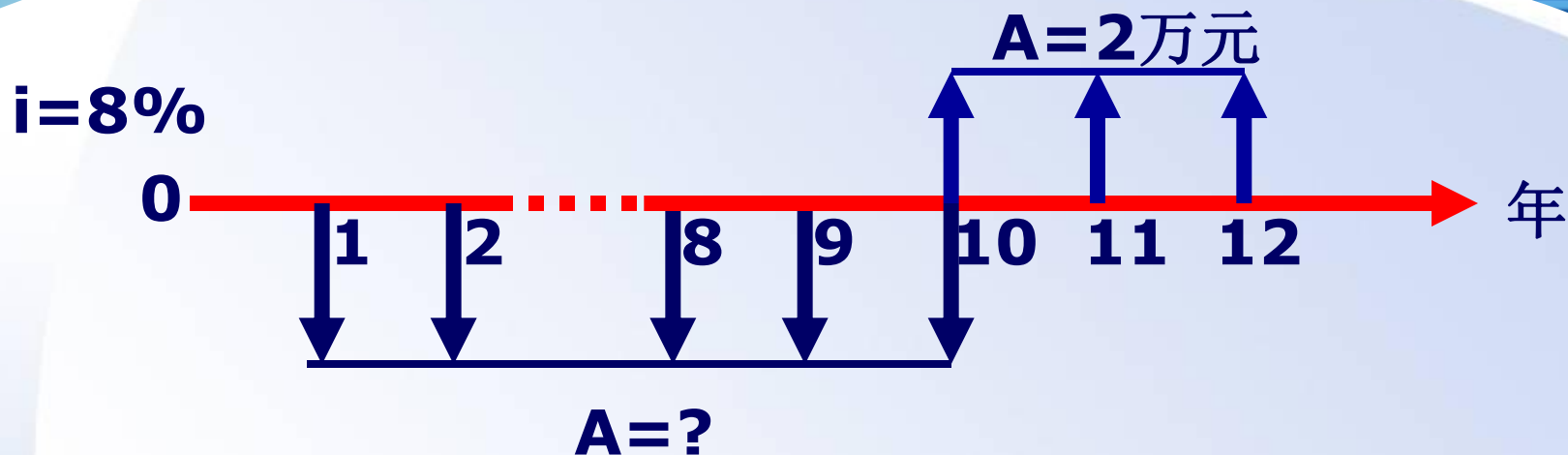
$$=10 \times 1.1664+15 \times 1.08+20=47.864 \text{ 万元}$$

$$A=P(A/P, 8\%, 10)=47.864 \times 0.1490$$

$$=7.13 \text{ 万元}$$

**【练习15】** 一对还有10年就要退休的夫妇，每年将一笔款项存入银行欲建立一笔海外旅游基金。该旅游基金预计用途是：自第10年年末起，连续3年各提2万元。如果银行存款利率为8%，那么10年中每年年末应等额存入银行多少元？





解：将专用基金折算为第10年末的价值：

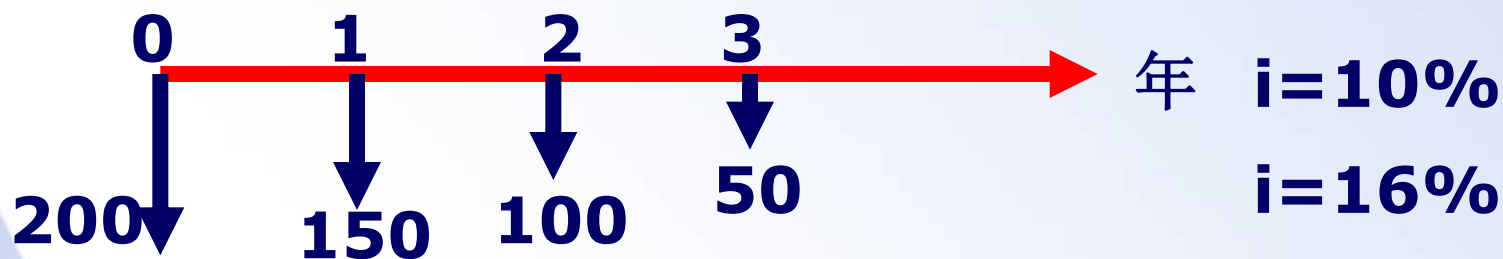
$$F=20000 + 20000 (P/F, 8\%, 1) + 20000 (P/F, 8\%, 2) = 20000 + 20000 \times 0.9259 + 20000 \times 0.8573 = 55664 \text{ 元}$$

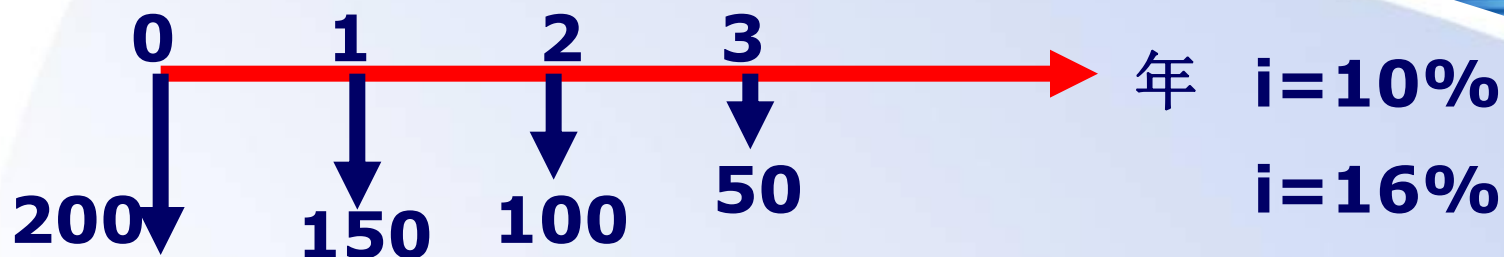
$$A=F (A/F, 8\%, 10) = 55664 \times 0.06903 = 3842.49 \text{ 元}$$

**【练习16】**某企业拟购买大型设备，价值为500万元，有两种付款方式可供选择：①一次性付款，优惠12%；②分期付款，则不享受优惠，但首付必须达到40%。其余第1年末付30%，第2年末付20%，第3年末支付余下的10%。

求：1) 假若企业购买设备所用资金是自有资金，自有资金的机会成本为10%(即资金利率)，问应该选择哪种付款方式？

2) 假若企业用借款资金购买设备，借款的利率为16%，则应选择哪种付款方式？





解：1)  $i=10\%$

一次性付款：  $P = 500 - 500 \times 12\% = 440$  万元

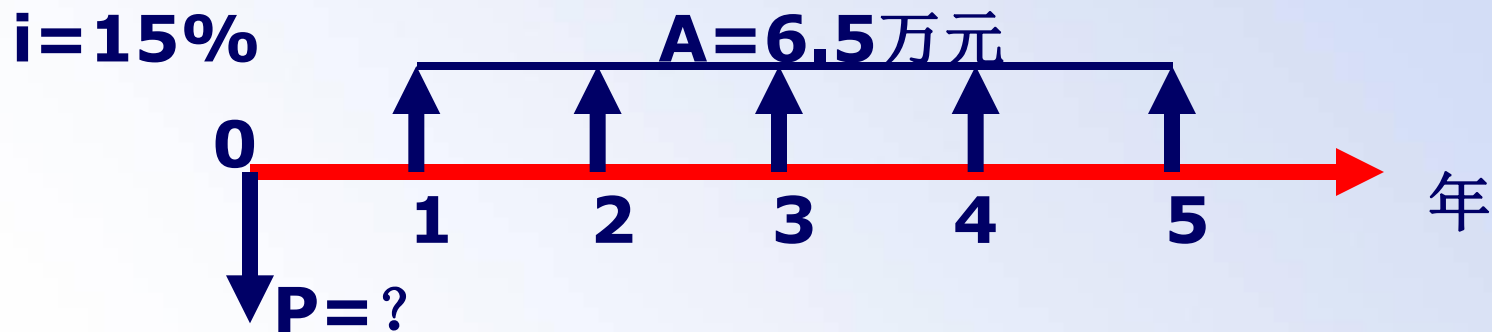
分期付款：  $P = 200 + 150 (P/F, 10\%, 1)$   
 $+ 100 (P/F, 10\%, 2) + 50 (P/F, 10\%, 3)$   
 $= 456.6$  万元

2)  $i=16\%$

一次性付款：  $P = 440$  (万元)

分期付款：  $P = 200 + 150 (P/F, 16\%, 1)$   
 $+ 100 (P/F, 16\%, 2) + 50 (P/F, 16\%, 3)$   
 $= 435.7$  万元

**【练习17】** 某企业拟购买一设备，预计该设备有效使用寿命为5年，在寿命期内每年能产生纯收益6.5万元，若该企业要求的最低投资收益率为15%，问该企业可接受的设备价格为多少？



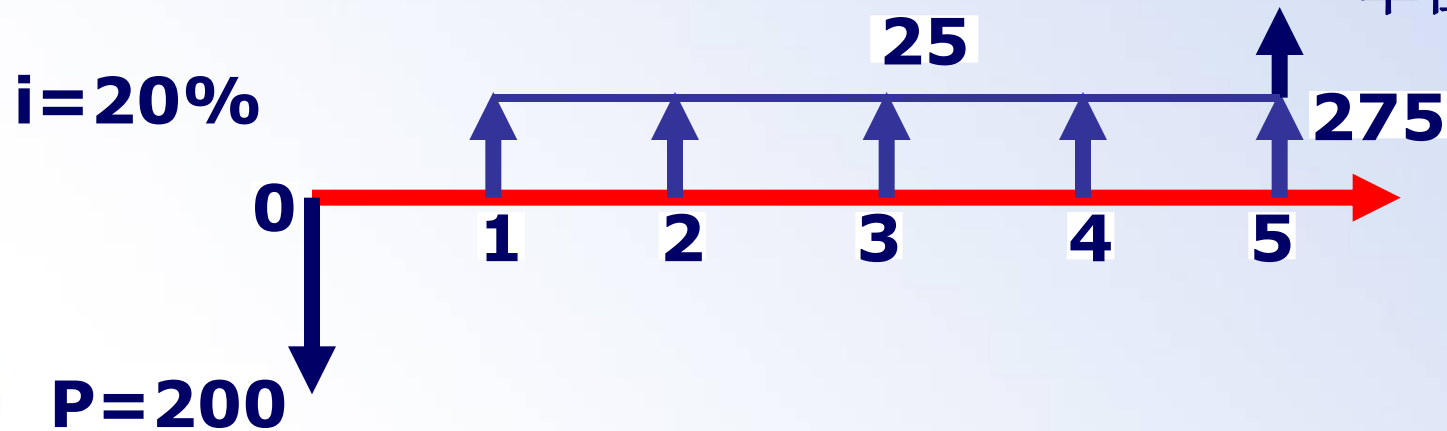
解：  $P = 6.5(P / A, 15\%, 5) = 21.8$  万元

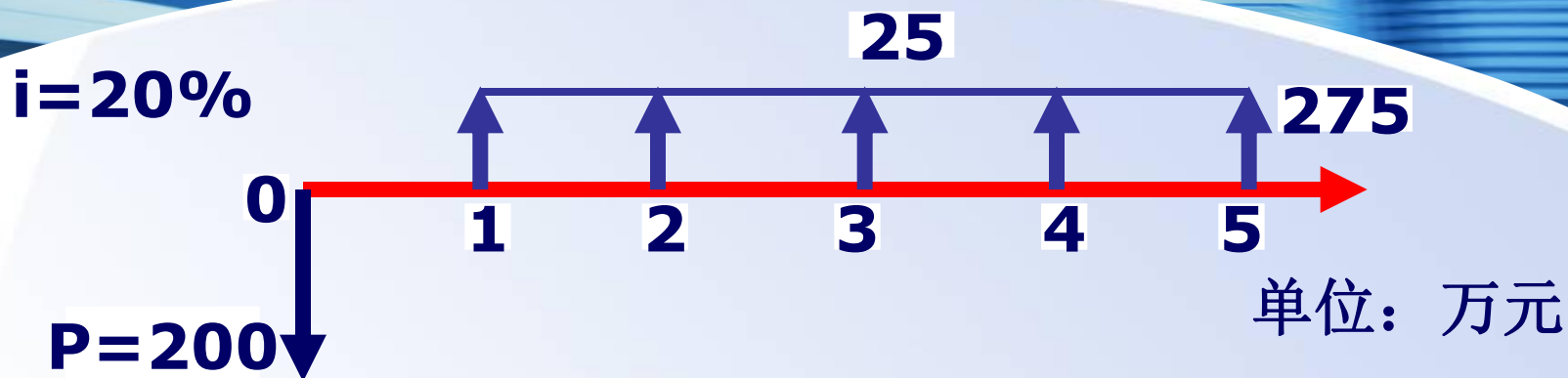
所以，企业可接受的最高价格为21.8万元。



**【练习18】** 某投资者5年前以200万元价格买入一房产，在过去的5年内每年获得年净现金收益25万元，现在该房产能以250万元出售，若投资者要求的收益率为20%，问此项投资是否合算？

单位：万元





解（1）： 投资200万元，  $i=20\%$ 时应获收益额：

$$F = 200 (F/P, 20\%, 5) = 498 \text{ (万元)}$$

而实际收益：

$$F = 25 (F/A, 20\%, 5) + 250 = 436 \text{ (万元)}$$

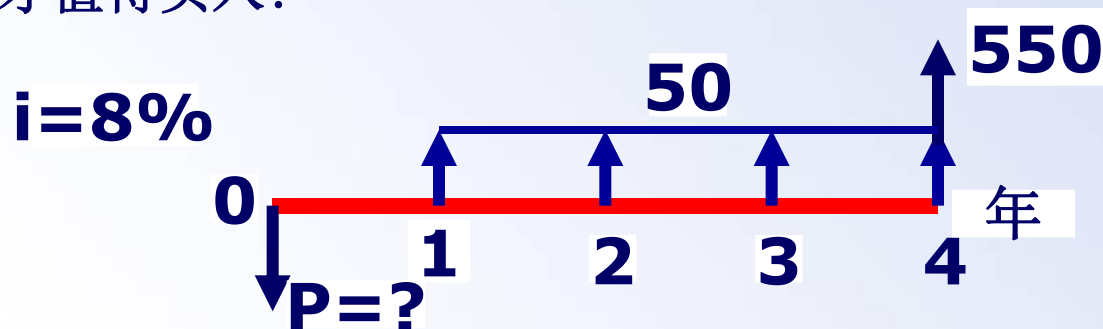
投资没有达到20%的收益率，故不合算

解（2）： 将收益折算成现值：

$$\begin{aligned} P &= 25 (P/A, 20\%, 5) + 250 (P/F, 20\%, 5) \\ &= 175.25 \text{ (万元)} \end{aligned}$$

获得 $i=20\%$ 的收益投资175.25万即可，因此不合算

**【练习19】** 在市场上某债券较为紧俏，它是1年前发行的，面额为500元，年限5年，年利率10%，每年支付利息，到期还本。现投资者要求在余下的4年中年收益率至少为8%，问该债券现在的价格为多少时，投资者才值得买入？



单位：万元

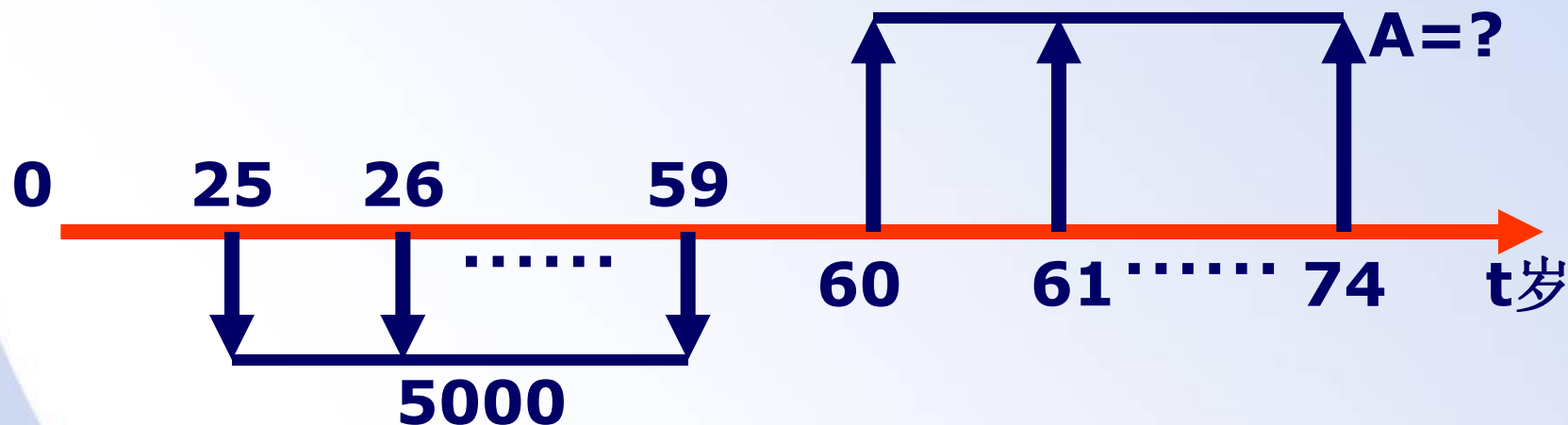
$$\begin{aligned} \text{解： } P &= 50(P/A, 8\%, 4) + 500(P/F, 8\%, 4) \\ &= 50 \times 3.312 + 500 \times 0.735 \\ &= 533 \text{ (元)} \end{aligned}$$

所以，若投资者要求的收益率为8%，则该债券现在的价格为低于533元时投资者才值得买入。

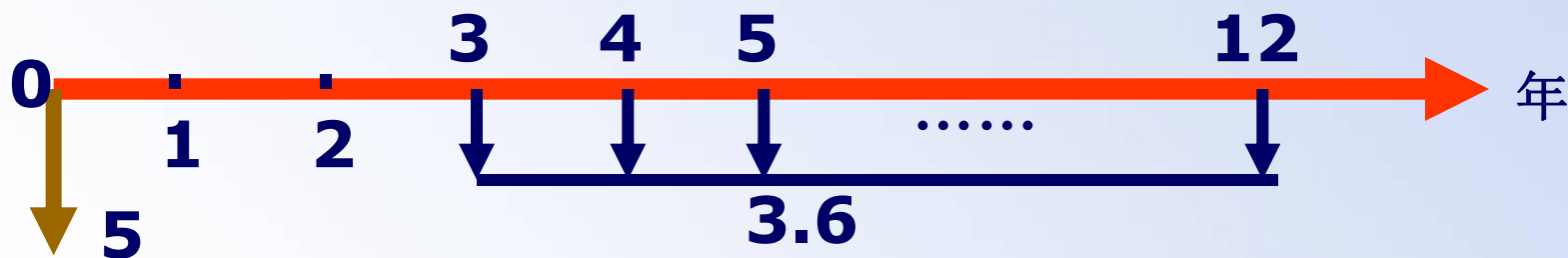


【练习20】某人从25岁参加工作起至59岁，每年存入养老金5000元，若利率为6%，则他在60-74岁间每年可以等额领到多少钱？

解：F59岁末 =  $5000(F/A, 6\%, 35)$   
=  $5000 \times 111.435 = 557175$ 元  
A60-74岁 =  $P(A/P, 6\%, 15)$   
=  $5571735 \times 0.10296 = 57366.7$ 元



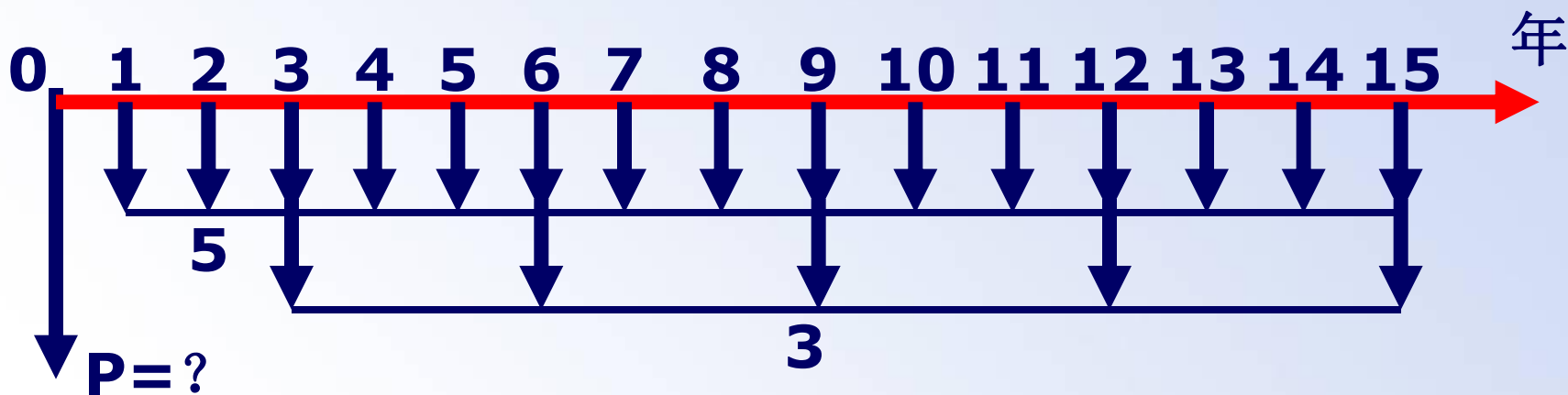
**【练习21】** 某公司欲引进一项专利，对方提出两种付款方式可供选择。一种是：一笔总算售价25万美元，一次支付；另一种是：总算与提成相结合，其具体条件是，签约时付费5万元，2年建成投产后，按产品每年销售收入60万元的6%提成(从第3年末至第12年末)。若资金利率为10%，问从经济角度该公司应选择哪种付款方式？



第二种方式：将付款额折成现值

$$\begin{aligned}
 P &= 5 + 3.6 (P/A, 10\%, 10) (P/F, 10\%, 2) \\
 &= 5 + 3.6 \times 6.145 \times 0.8264 = 23.28 < 25 \text{ 万元}
 \end{aligned}$$

**【练习22】** 某设备除每年发生5万元运行费用外，每隔3年需大修一次，每年费用为3万元，若设备的寿命为15年，资金利率为10%，求其在整个寿命期内设备费用现值为多少？



解：  $PC = 5 \times (P/A, 10\%, 15) + 3 \times (P/F, 10\%, 3)$   
 $+ 3 \times (P/F, 10\%, 6) + 3 \times (P/F, 10\%, 9) + 3 \times$   
 $(P/F, 10\%, 12) + 3 \times (P/F, 10\%, 15) = 44.9 \text{ 万元}$



**【练习23】** 某企业1年前买了1万张面额为100元、年利率为10% (单利)、3年后到期一次性还本付息国库券。现在有一机会可以购买年利率为12%、2年期、到期还本付息的无风险企业债券，该企业拟卖掉国库券购买企业债券，试问：该企业可接受的国库券最低出售价格是多少？

解：根据  $F = P(1+i \cdot n)$ ，设该企业可接受一张国库券最低售价为  $P$ ，  
则

$$100 \cdot (1+10\% \cdot 3) = P \cdot (1+12\% \cdot 2)$$

$$P=104.8\text{元}$$



# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.2 计息期与支付期一致的计算

### 1. 利率的计算

**【应用案例3-11】** 企业现投资300万元，欲在第9年末收回525万元，问  
收回率是多少？

#### 【案例点评】

由  $F = P (F/P, i, n)$  得

$$525 = 300 (F/P, i, 9)$$

$$(F/P, i, 9) = \frac{525}{300} = 1.750$$

当  $n=9$  时，1.75 在 6%~7% 之间，当  $i=6\%$  时，对应系数是 1.689；

当  $i=7\%$  时，对应系数是 1.838。用直线内插法可得

$$i = 6\% + \left( \frac{1.750 - 1.689}{1.838 - 1.689} \right) \times 1\% = 6.41\%$$



## 3.3 资金等值计算

**【应用案例3-12】** 在我国国民经济和社会发展“九五”计划和2010年远景目标纲要中指出，到2010年我国国民生产总值在1995年5.76万亿元的基础上达到8.5万亿元；按1995年不变价格计算，在2010年实现国民经济生产总值在2000年的基础上翻一番。问“九五”期间我国国民生产总值的年增长率为多少？2000年到2010年增长率又是多少？

**【案例点评】** 由  $F = P(F/P, i, n)$  得  $(F/P, i, n) = F/P$

(1)“九五”期间增长率 $i_1$  由题  $(F/P, i_1, 5) = 8.5/5.76 = 1.4757$

查复利表得  $(F/P, 8\%, 5) = 1.4693$

显然 $i_1$ 在8%和9%之间，用直线内插法得  $(F/P, 9\%, 5) = 1.5386$

$$i_1 = 8\% + \frac{(1.4757 - 1.4693)}{(1.5386 - 1.4693)} \times (9\% - 8\%) = 8.09\%$$

所以“九五”期间我国国民生产总值的年增长率为8.09%。



## 3.3 资金等值计算

**【应用案例3-12】** 在我国国民经济和社会发展“九五”计划和2010年远景目标纲要中指出，到2010年我国国民生产总值在1995年5.76万亿元的基础上达到8.5万亿元；按1995年不变价格计算，在2010年实现国民经济生产总值在2000年的基础上翻一番。问“九五”期间我国国民生产总值的年增长率为多少？2000年到2010年增长率又是多少？

### 【案例点评】

(2) 同理可求2000年到2010年增长率 $i_2$   $(F/P, i_2, 10) = 17/8.5 = 2$

查复利表得  $(F/P, 7\%, 10) = 1.9672$

显然  $i_1$  在 7% 和 8% 之间，用直线内插法得  $(F/P, 8\%, 10) = 2.1589$

$$i_2 = 7\% + \frac{(2 - 1.9672)}{(2.1589 - 1.9672)} \times (8\% - 7\%) = 7.17\%$$

所以2000年到2010年增长率是7.17%。



# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.2 计息期与支付期一致的计算

### 2. 等值的计算

**【应用案例3-13】** 某人要按揭贷款购置新居，贷款额为30万元，贷款年利率为6%，贷款期限为20年，该人每年还款额是多少？

#### 【案例点评】

$$\text{由 } A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \text{ 得}$$

$$A = P \cdot (A/Pi, N) = 30 \times (A/P6, 20) = 30 \times 0.0872 = 2.46 \text{ (万元)}$$

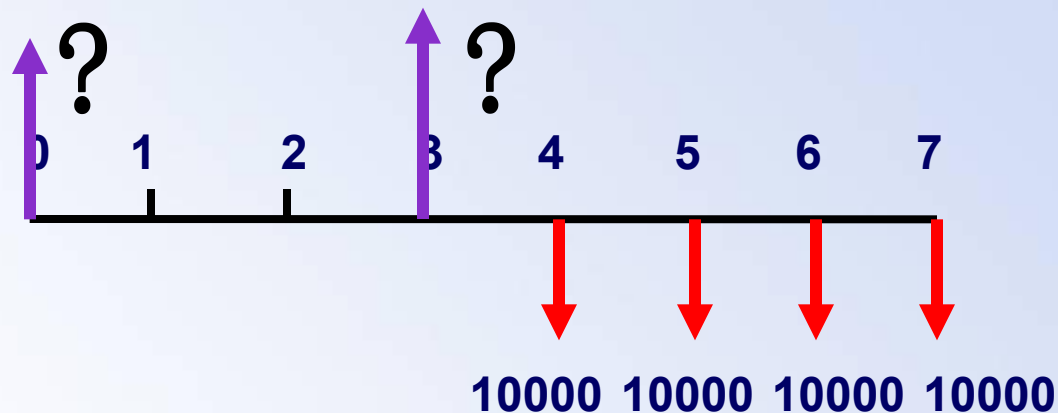
该人每年还款额为2.46万元。



## 3.3 资金等值计算

**【应用案例3-14】** 某人欲在第4年到第7年每年年末可以从银行取到1万元，年利率为10%，那么某人现在应该存多少万元？现金流量如图3.7所示。

**【案例点评】**



由 
$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)} = A \times (P/A, i, n) \quad \text{得}$$

$$P_3 = A \cdot (P/A, i, N) = 1 \times (P/A, 10, 4) = 1 \times 3.17 = 3.17 \text{ (万元)}$$

由 
$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F(1+i)^{-n} \quad \text{得}$$

$$P_0 = P_3 \cdot (P/F, 10, 3) = 3.17 \times 0.7513 = 2.3816 \text{ (万元)}$$

# 3.3 资金等值计算

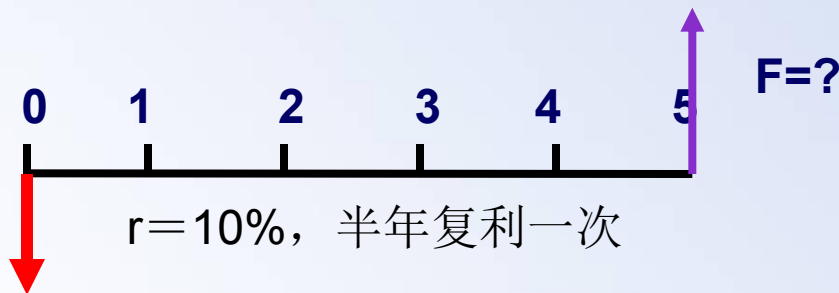
## ❖ 3.3.3 计息期短于支付期的计算

当计息周期小于资金收付周期时，等值的计算方法有两种：

- ①按收付周期实际利率计算；
- ②按计息周期利率计算。

**【应用案例3-15】** 某人现在存款1 000元，年利率 $r=10\%$ ，半年复利一次。问5年末存款金额为多少？

### 【案例点评】



(1) 按年实际利率计算

$$i_{eff} = (1 + 10\% / 2)^2 - 1 = 10.25\%$$

$$F = 1000 \times (1 + 10.25\%)^5 \\ = 1000 \times 1.62889 = 1628.89(\text{元})$$

(2) 按计息周期利率计算

$$F = 1000(F/P, \frac{10\%}{2}, 2 \times 5) \\ = 1000(F/P, 5\%, 10) \\ = 1000 \times (1 + 5\%)^{10} = 1000 \times 1.62889 = 1628.89\text{元}$$



## 3.3 资金等值计算

**【应用案例3-16】** 某设备价格为55万元，采用5年内分期付款方式。合同签订时付了10万元，然后每半年付款一次。设年利率*r*为10%，每半年复利一次。问每半年应付多少设备价款？

**【案例点评】**

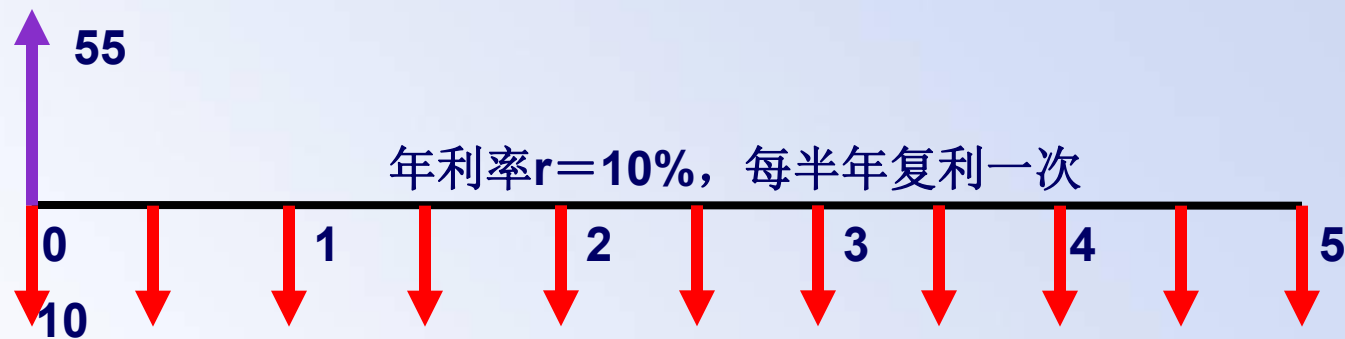


图3.9 应用案例3-16现金流量图

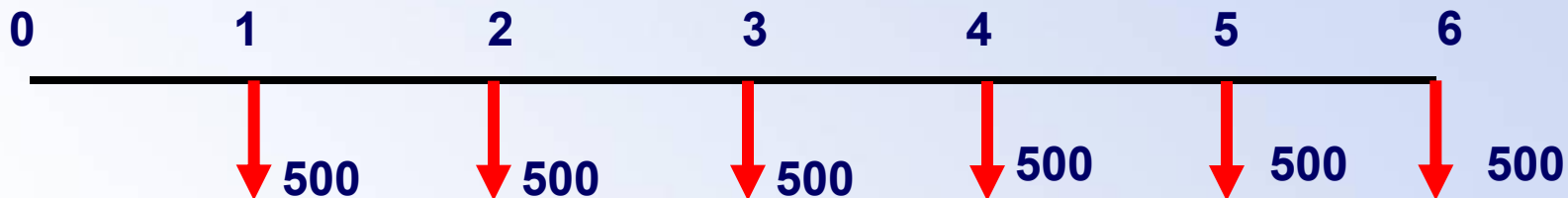
由  $A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$  即可计算出每半年应付设备价款额。即

$$\begin{aligned} A &= P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = (55 - 10) \times \frac{5\%(1+5\%)^{10}}{(1+5\%)^{10} - 1} \\ &= 45 \times 0.1295 = 5.8275(\text{万元}) \end{aligned}$$

## 3.3 资金等值计算

【应用案例3-17】每年年末支付500元，年利率12%，每季复利一次。连续支付6年，问其现值为多少？

### 【案例点评】



(1) 计息期向支付期靠拢，求其年有效利率。

$$i = \left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^4 - 1 = 12.55\%$$

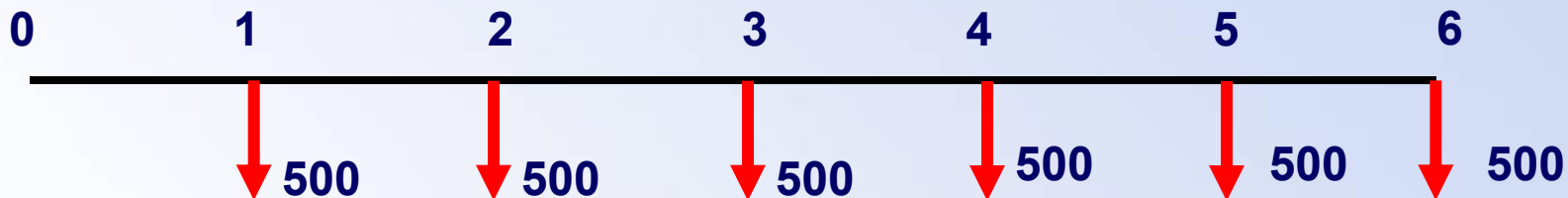
$$P = 500 \times (P/A, 12.55, 6) = 2\,024 \text{ (元)}$$



## 3.3 资金等值计算

【应用案例3-17】每年年末支付500元，年利率12%，每季复利一次。连续支付6年，问其现值为多少？

### 【案例点评】



(2) 支付期向计息期靠拢，求其计息期末的等额支付。

$$A = 500 \times (A/F, 3, 4) = 500 \times 0.2390 = 119.5 \text{ (元)}$$

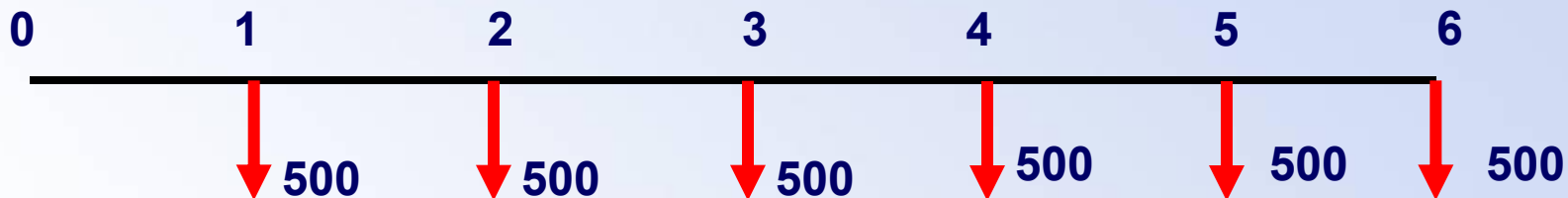
$$P = 119.5 \times (P/A, 3, 24) = 119.5 \times 16.9355 = 2024 \text{ (元)}$$



## 3.3 资金等值计算

【应用案例3-17】每年年末支付500元，年利率12%，每季复利一次。连续支付6年，问其现值为多少？

### 【案例点评】



(3) 把等额支付的每一个支付看做是一次支付，分别求每个支付的现值。

$$P = 500 \times (P/F, 3, 4) + 500 \times (P/F, 3, 8) + 500 \times (P/F, 3, 12) \\ + 500 \times (P/F, 3, 16) + 500 \times (P/F, 3, 20) + 500 \times (P/F, 3, 24) = 2\,024 \text{ (元)}$$

所以其现值为2 024元。

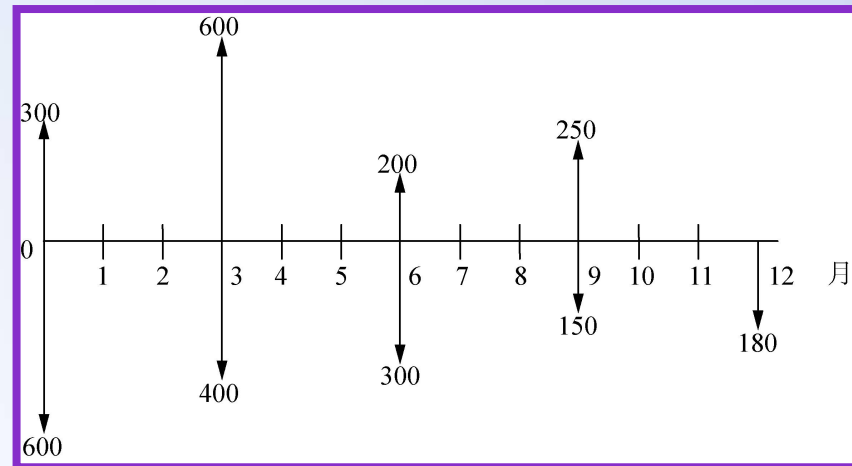
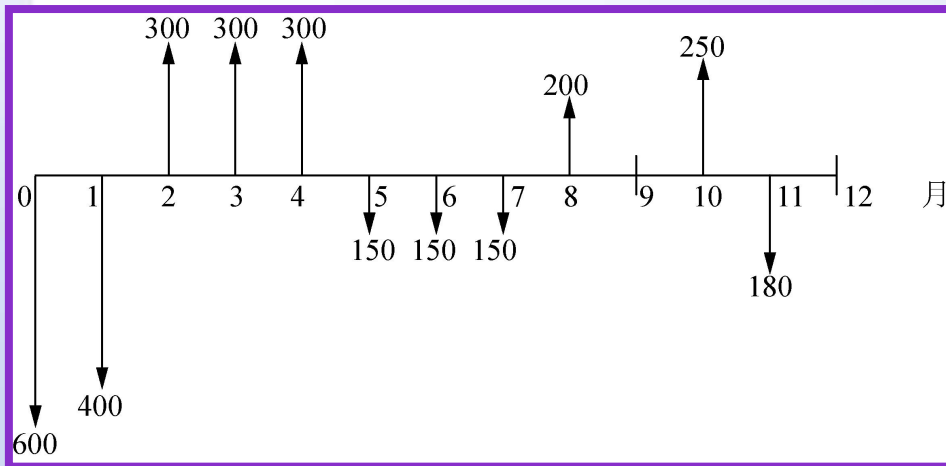


# 3.3 资金等值计算

## ❖ 3.3.4 计息期长于支付期的计算

当计息期长于支付期时，在计息期所收或付的款项不计算利息，通常是存款必须存满整个计息期才计算利息，即某计息期间存入的款项，相当于在下一个计息期初存入的，在计息期内提取的款项，相当于在前一个计息期末提取的。

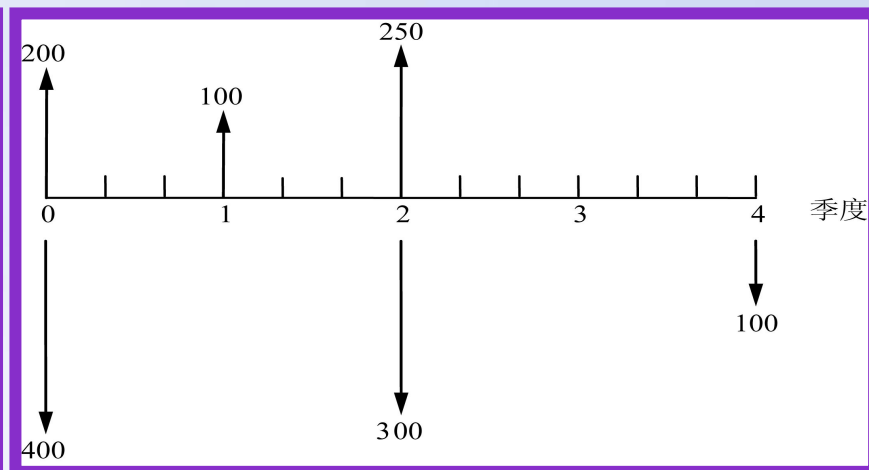
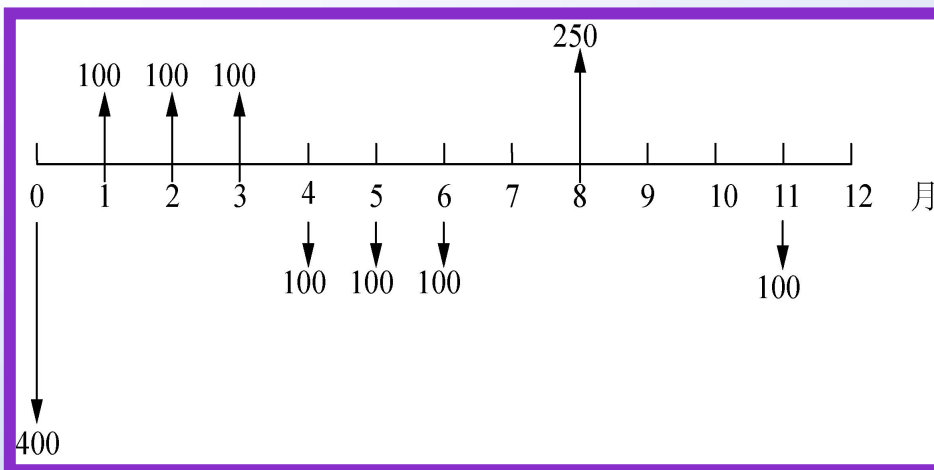
**【应用案例3-19】** 某项目的现金流量图如图3.11所示，年利率为12%，计息期为季度，求1年末的等值金额。



$$F = (300 - 600) \times (F/P, 3, 4) + (600 - 400) \times (F/P, 3, 3) \\ + (200 - 300) \times (F/P, 3, 2) + (250 - 150) \times (F/P, 3, 1) - 180 = -302.2 \text{ (元)}$$

## 3.3 资金等值计算

【应用案例3-20】某项财务活动，其现金流量图如图3.12所示，按季度计息，年利率为8%，求1年末的等值金额。按季度计息整理的现金流量图如图3.13所示。



$$F = (200 - 400) \times (1.082) + 100(1.061) + (250 - 300) \times (1.040) - 100 = -262.30 \text{ (万元)}$$

## 3.3 资金等值计算

**【综合应用案例】**背景：某承包商参与了某高层办公楼土建工程的投标(安装工程由业主另行招标)。为了既不影响中标，又能在中标后取得较好的收益，决定采用不平衡报价法，并对原估价做了适当调整，在不影响总价的前提下，对前期工程的单价报高一点、后期工程单价报低一点，具体数字如表3-4所示。

表3-4 报价调整前后对比表

单位：万元

项目 状况	桩基维护工程	主体结构工程	装饰工程	总 价
调整前(投标估价)	1 480	6 600	7 200	15 280
调整后(正式报价)	1 600	7 200	6 480	15 280

现假设桩基维护工程、主体结构工程、装饰工程工期分别为4个月、8个月、12个月、16个月，贷款月利率为1%，并假设各分部工程每月完成的工作量相同且能按月度及时收到工程款(不考虑工程款结算所需要的时间)。表3-5为现值系数表。

n	4	8	12	16
(P/A, 1%, n)	3.902 0	7.651 7	11.255 1	14.717 9
(P/F, 1%, n)	0.961 0	0.923 5	0.887 4	0.852 8



## 3.3 资金等值计算

**问题：**采用不平衡报价法后，该承包商所得工程款的现值比原估价增加多少(以开工日期为折现点)？

### 【案例点评】

(1) 计算单价调整前后的工程款现值。

桩基围护工程每月工程款： $A_1 = 1480/4 = 370$ (万元)

主体结构工程每月工程款： $A_2 = 6600/12 = 550$ (万元)

装饰工程每月工程款： $A_3 = 7200/8 = 900$ (万元)

则，单价调整前的工程款现值：

$$\begin{aligned} PV_0 &= A_1(P/A, 1\%, 4) + A_2(P/A, 1\%, 12)(P/F, 1\%, 4) + A_3(P/A, 1\%, 8)(P/F, 1\%, 16) \\ &= 370 \times 3.902 + 550 \times 11.2551 \times 0.9610 + 900 \times 7.6517 \times 0.8528 \\ &= 1443.74 + 5948.88 + 5872.83 = 13265.45 \text{ (万元)} \end{aligned}$$

(2) 单价调整后的工程款现值。

桩基围护工程每月工程款： $A' = 1600/4 = 400$  (万元)

主体结构工程每月工程款： $A'_2 = 7200/12 = 600$  (万元)

装饰工程每月工程款： $A'_3 = 6480/8 = 810$  (万元)



## 3.3 资金等值计算

**问题：**采用不平衡报价法后，该承包商所得工程款的现值比原估价增加多少(以开工日期为折现点)?

### 【案例点评】

则，单价调整后的工程现值：

$$\begin{aligned}PV' &= A'_1(P/A, 1\%, 4) + A'_2(P/A, 1\%, 12)(P/F, 1\%, 4) + A'_3(P/A, 1\%, 8)(P/F, 1\%, 16) \\ &= 400 \times 3.9020 + 600 \times 11.2551 \times 0.9610 + 810 \times 7.6517 \times 0.8528 \\ &= 1560.80 + 6489.69 + 5285.55 \\ &= 13336.04 \text{ (万元)}\end{aligned}$$

(3) 两者的差额：

$$PV' - PV_0 = 13336.04 - 13265.45 = 70.59 \text{ (万元)}$$

因此，采用不平衡报价法后，该承包商所得工程款的现值比原估价增加70.59万元。

