

高等数学

练习册

北京师范大学出版社

练习一

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 填空题

(1) 已知分段函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 \leq x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < 1 \\ x-1, & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ ，则 $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 下列函数为偶函数的是 _____，为奇函数的是 _____.

A. $y = x \sin x$ B. $y = x \cos x$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = x^2 - x$

(3) 将分式、根式转换成幂函数： $\sqrt[3]{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\frac{1}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\frac{1}{\sqrt{x^7}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 将幂函数化为根式、分式： $x^{\frac{5}{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $x^{-\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) 请完成如下幂运算： $3^a 3^b = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\frac{4^c}{4^d} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 画图题，请描绘如下函数的大致图像.

(1) $y = 2x - 1$;

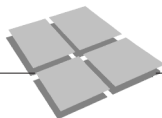
(2) $y = x^2 - x$;

(3) $y = x^3$.

3. 计算题，求如下函数的定义域.

(1) $y = \sqrt{x-1}$;

(2) $y = \frac{2}{\sqrt{x+3}}$.



B. 一般题

1. 计算题, 求如下函数的定义域.

$$(1) y = \ln(x+5) - \frac{1}{\sqrt{2-x}}; \quad (2) y = \sqrt[3]{x-3}.$$

2. 画图, 请用数学软件描绘如下函数的图像.

$$(1) y = x^3 - 7x^2 + 5x - 1; \quad (2) y = x + \sin x;$$

$$(3) y = \frac{\sin x}{x};$$

$$(4) y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$$

C. 提高题

求函数 $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\ln(4-x)}$ 的定义域.

练习二

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

计算题(将如下复合函数分解为简单函数).

$$(1) y = (2x+1)^5;$$

$$(2) y = \sqrt{2-x^2};$$

$$(3) y = \sin(5x+3);$$

$$(4) y = \cos(1-7x);$$

$$(5) y = e^{-x^2};$$

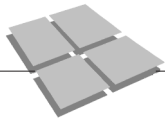
$$(6) y = \ln(x^2+1).$$

B. 一般题

计算题(将如下复合函数分解为简单函数)

$$(1) y = \sin^2 x;$$

$$(2) y = \sin x^2;$$



$$(3) y = \ln[\sin(2x-1)];$$

$$(4) y = \sqrt{\ln(x-2)};$$

$$(5) y = \cos^2(2+5x);$$

$$(6) y = e^{\sin \frac{1}{x}}.$$

C. 提高题

计算题(将如下复合函数分解为简单函数).

$$y = \sqrt[3]{\sin \ln(x+1)}$$

练习三

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 观察下列数列的变化趋势，判断是否有极限，若有极限，请写出其极限.

(1) $x_n = \frac{1}{n}$; (2) $x_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$; (3) $x_n = 4$; (4) $x_n = (-2)^n$.

2. 填空题

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x+3) =$ _____; (2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{x-2} =$ _____;

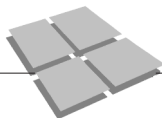
(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} =$ _____; (4) $\lim_{x \rightarrow 7} 5 =$ _____.

3. 计算如下极限，要求写出详细步骤.

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 1)$; (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3}{x + 2}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$; (4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$;

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3}{3x^2 + 2}$; (6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{x^2 + 4}$.



B. 一般题

1. 填空题.

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$, 则右极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$ _____;

(2) 若 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ _____;

(3) $\lim_{x \rightarrow 3} e^{x^2} =$ _____.

2. 计算如下极限, 要求写出详细步骤.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 3}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 4}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 5x + 1}{x^3 + x - 2}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 2}{x^6 + 2x - 1}$.

C. 提高题

计算如下极限, 要求写出详细步骤.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x}$.

练习四

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 填空题.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{4x} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$$

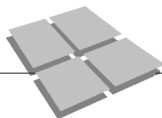
$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}};$$

2. 计算如下极限，要求写出详细步骤.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}; \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} \text{ (} k \text{ 为常数, 且 } k \neq 0 \text{);}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}; \quad (4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x;$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x; \quad (6) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}.$$



B. 一般题

计算如下极限，要求写出详细步骤.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+3}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$.

C. 提高题

计算如下极限，要求写出详细步骤.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^x$.

练习五

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 填空题.

(1) 请用一句话描述函数在 x_0 点连续的定义_____.

(2) 若 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 且 $f(x_0)=2$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) =$ _____.

(3) 函数 $f(x) = \frac{2}{(x-1)(x-3)}$ 在_____点不连续, 连续区间是_____.

(4) 函数 $f(x) = \frac{(x+2)}{(x+2)(x-4)}$ 在_____点不连续, 连续区间是_____.

2. 计算题(应用函数连续的定义求如下极限).

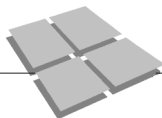
$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \sin[\ln(x+1)].$$

B. 一般题

1. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处是否连续.

2. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处是否连续.



C. 提高题

1. 验证函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处是否连续.

2. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a+x^2, & x \geq 0 \\ \frac{\sin 2x}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求常数 a .

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan ax}{x}, & x \neq 0 \\ (x+1)^3 + 3, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 求常数 a .

练习六

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

计算下列函数的一阶导数.

(1) $y = 2x^3 + x^2 - 10$;

(2) $y = 3x^2 - 2x + 5$;

(3) $y = \sin x + \cos x + 3$;

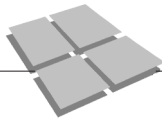
(4) $y = x^4 + \ln x - 3$;

(5) $y = x^3 + 3^x + 2$;

(6) $y = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$;

(7) $y = \sqrt{x} + \sin x - \cos x + 6$;

(8) $y = x^3 + \ln x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.



B. 一般题

计算下列函数的一阶导数.

(1) $y = \sqrt[3]{x} + \cos \frac{\pi}{8}$;

(2) $y = x(x-3)$.

(3) $y = \sqrt[3]{x^2} + \ln x + 6$;

(4) $y = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$.

C. 提高题

计算下列各题.

(1) 已知 $f(x) = \cos x$, 则极限 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} =$ _____ .

(2) 设 $f(x)$ 在点 x_0 可导, 则极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ _____ .

(3) 求 $y = \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt[3]{x}}$ 的导数.

(4) 求曲线 $y = x^2 - 4x + 6$ 在点 $(0, 6)$ 处的切线方程.

练习七

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

计算下列函数的一阶导数.

(1) $y = x^2 \sin x$;

(2) $y = x \cos x$;

(3) $y = x^3 \ln x - 2$;

(4) $y = x^3(x+2)$;

(5) $y = x^2 \cos x - x \ln x$;

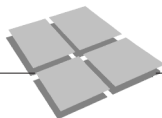
(6) $y = \frac{3x^3 + 2x - 4}{x}$.

B. 一般题

计算下列函数的一阶导数.

(1) $y = \frac{4x^2 + 3x - \sqrt{x}}{x}$;

(2) $y = \frac{\cos x}{x}$;



$$(3) y = \frac{e^x + 2}{x^2};$$

$$(4) y = \left(\frac{1}{x} + 3x\right)(x^2 + 2x);$$

$$(5) y = \frac{\sin x}{2 - \cos x};$$

$$(6) y = \frac{e^x + \cos x}{x}.$$

C. 提高题

计算下列各题.

(1) 求函数 $y = x^2 e^x \sin x$ 的导数.

(2) 求函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ 的导数.

练习八

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

求下列复合函数的导数.

(1) $y = (x+5)^2$;

(2) $y = \sin(3x-7)$;

(3) $y = \cos(x^5+1)$;

(4) $y = e^{5x+2}$;

(5) $y = \ln(2x^3+1)$;

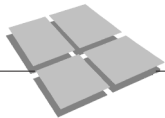
(6) $y = \cos^3 x$.

B. 一般题

求下列复合函数的导数.

(1) $y = \sqrt{1-2x^3}$;

(2) $y = \frac{2}{\sqrt{x+3}}$;



(3) $y = \ln \cos x$;

(4) $y = \sin(\ln x)$;

(5) $y = e^{\sin \frac{1}{x}}$;

(6) $y = (x + \sin 2x)^4$.

C. 提高题

计算下列各题.

(1) 已知 $y = x^2 \sin x^2$, 求 $y'(1)$.

(2) 求复合函数 $y = 2^{\sin(3x+4)}$ 的导数.

练习九

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 求下列由方程所确定的隐函数 $y(x)$ 的导数.

(1) $2x^2 - y^2 + 1 = 0$;

(2) $x^2 + y^2 = 4$;

(3) $x^2 + y^2 - xy = 3$;

(4) $x - y + \ln y = 0$;

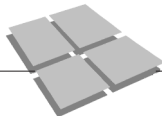
(5) $xy^2 + x - y = 6$;

(6) $\sin y + x^2 y = 2x$.

2. 求下列函数的二阶导数 y'' .

(1) $y = x^4 + 2x^3 - 1$;

(2) $y = 2x + \sqrt{x} + \ln x$.



B. 一般题

求下列函数的二阶导数 y'' 及 $y''(1)$.

(1) $y = \cos(3x+5) + \sqrt{3x+6}$; (2) $y = \sqrt{e^x + x^2}$;

(3) $y = x^3 + 2x + \frac{1}{x}$; (4) $y = \sin(e^x)$.

C. 提高题

计算下列各题.

(1) 已知隐函数由方程 $x^2 + xy^2 - 18x = 6$ 确定, 求 $y'(1)$.

(2) 已知函数 $y = e^{(2x+5)}$, 求函数的二阶导数 $y''(2)$.

练习十

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

计算下列函数的微分.

(1) $y = 6x^5 + 3x^2 + 2;$

(2) $y = e^x + x^3 - 5\cos x;$

(3) $y = 6x^4 + \frac{1}{x} - \sin x;$

(4) $y = 2^x + \ln x - 6x;$

(5) $y = \sin(3x + 7);$

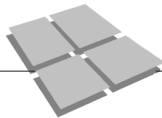
(6) $y = \ln \sin x.$

B. 一般题

计算下列函数的微分.

(1) $y = (3x + 5)^{10};$

(2) $y = \sin^3 x;$



$$(3) y = \sqrt{2x+5};$$

$$(4) y = \cos \sqrt{x}.$$

C. 提高题

1. 计算下列函数的微分.

$$(1) y = \sin^5(3x+2);$$

$$(2) y = \frac{\sin x}{x^2+3}.$$

2. 应用微分理论求如下无理数的近似值.

$$(1) \sqrt[3]{998};$$

$$(2) \sqrt[4]{1.02};$$

$$(3) e^{1.01};$$

$$(4) \sin 29^\circ.$$

练习十一

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

求下列函数的单调区间.

(1) $y = 2x^3 - 3x^2$;

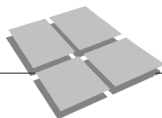
(2) $y = x^3 - 12x$;

(3) $y = x^3 + x$;

(4) $y = x^3 - 3x^2 + 2$;

(5) $y = x - e^x - 1$;

(6) $y = x^4 - 2x^2 + 2$.



B. 一般题

求下列函数的单调区间和极值.

(1) $y = x^4 - 2x^2$;

(2) $y = x + \frac{1}{x}$;

(3) $y = x^3 - 3x^2 + 7$;

(4) $y = 2x^2 - \ln x$.

C. 提高题

求下列函数的单调区间与极值.

(1) $y = x^2 e^x$;

(2) $y = (x-3)^2(x-2)$.

练习十二

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

求下列函数在相应区间上的最值.

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$, $[-1, 1]$; (2) $y = x^3 - x^2 - x + 1$, $[-1, 1]$;

(3) $y = x + \frac{1}{x}$, $[\frac{1}{2}, 2]$;

(4) $y = x + 2\sqrt{x}$, $[0, 4]$.

B. 一般题

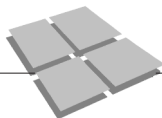
求下列函数在相应区间上的最值.

(1) $y = x^2 e^x$, $[-1, 1]$;

(2) $y = x + 2\sqrt{x}$, $[0, 4]$;

(3) $y = x + \sqrt{1+x}$, $[0, 3]$;

(4) $y = (x^2 - 1)^3 + 1$, $[-1, 1]$.



C. 提高题

利用最值理论求解下列问题.

(1)要做一个长方体的带盖的箱子,其体积为 72 cm^3 ,长与宽的比为 $2:1$,问长、宽、高各为多少时,才能使箱子的表面积最小?

(2)要做一个容积为 $250\pi \text{ m}^3$ 的无盖圆柱体蓄水池,已知池底单位造价为池壁单位造价的两倍,问:蓄水池的尺寸应怎样设计,才能使总造价最低?

(3)某车间靠墙壁要盖一间长方形小屋,现有存砖只够砌 20 m 长的墙壁,问:围成怎样的长方形才能使这间小屋的面积最大?

(4)甲船以每小时 20 km 的速度向东行驶,同一时间乙船正北 82 km 处以每小时 16 km 的速度向南行驶,问:经过多少时间两船距离最近?

练习十三

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 求下列函数的凹凸区间和拐点.

(1) $y = x^4 - 2x^3 + 1$;

(2) $y = x^2 - x^3$;

(3) $y = 6x^5 - 5x^3$;

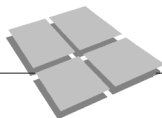
(4) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$.

2. 利用洛必达法则求下列极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^2}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 5}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x}{x^2}$.



B. 一般题

1. 求下列函数的凹凸区间和拐点.

(1) $y = xe^x$;

(2) $y = x^{\frac{5}{3}} - x$.

2. 利用洛必达法则求下列极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$.

C. 提高题

求解下列极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sin x}{\tan x^3}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.

练习十四

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 填空题.

(1) 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 e^x , 则 $f(x) =$ _____;

(2) 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln x$, 则 $f'(x) =$ _____;

(3) 已知 $f'(x) = 1 + x$, 则 $f(x) =$ _____;

(4) 若 $f(x)$ 连续, 则 $\int f'(x) dx =$ _____;

(5) 若 $f(x)$ 连续, 则 $(\int f(x) dx)' =$ _____.

2. 求下列不定积分.

(1) $\int (2\cos x + e^x + 6) dx;$

(2) $\int (2 - \sin x + \sqrt{x}) dx;$

(3) $\int (x+1)^2 dx;$

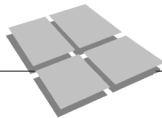
(4) $\int \frac{x^3 - x + 2}{x} dx.$

B. 一般题

求解下列各题.

1. $\int \frac{1 - e^{2x}}{1 + e^x} dx.$

2. $\int \frac{x - \sqrt{x} + 1}{x} dx.$



3. 一曲线通过点 $(e^2, 3)$ ，且在任一点处的切线的斜率等于点 $(e^2, 3)$ 横坐标的倒数，求该曲线的方程。

$$4. \int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx.$$

C. 提高题

求解下列各题.

1. 若 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$ ，则 $f(x)$ 的所有原函数为_____.

$$2. \int \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx.$$

$$3. \int \frac{(x+1)^2}{x(1+x^2)} dx.$$

练习十五

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

计算下列各题.

(1) $\int (x+2)^2 dx$;

(2) $\int (2x-3)^8 dx$;

(3) $\int \frac{1}{x+4} dx$;

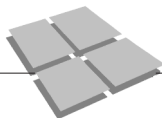
(4) $\int \frac{1}{ax+b} dx$ (a, b 为常数, 且 $a \neq 0$);

(5) $\int \sqrt{3x+2} dx$;

(6) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x+4}} dx$;

(7) $\int \sin(2x-5) dx$;

(8) $\int e^{3x+4} dx$.



B. 一般题

计算下列各题.

$$(1) \int x(x^2 - 1)^3 dx;$$

$$(2) \int x \sin x^2 dx;$$

$$(3) \int \sin^4 x \cos x dx;$$

$$(4) \int \cos^4 x \sin x dx;$$

$$(5) \int \frac{2}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx;$$

$$(6) \int \frac{(\ln x)^3}{x} dx.$$

C. 提高题

计算下列各题.

$$(1) \int \left[\frac{1}{(2x-5)^2} + \frac{1}{x+1} \right] dx;$$

$$(2) \int \frac{\ln^2(x+1)}{x+1} dx;$$

$$(3) \int \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx;$$

$$(4) \int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx.$$

练习十六

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

求下列不定积分.

(1) $\int x \sqrt{x+2} dx;$

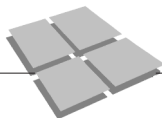
(2) $\int x \sqrt{x-2} dx;$

(3) $\int \frac{1}{1+\sqrt{x-1}} dx;$

(4) $\int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx;$

(5) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$

(6) $\int \frac{x}{x+\sqrt{x}} dx.$



B. 一般题

求下列不定积分.

$$(1) \int \frac{x}{\sqrt[3]{1-x}} dx;$$

$$(2) \int \frac{x}{\sqrt[3]{x+2}} dx;$$

$$(3) \int x^2 \sqrt{x-1} dx;$$

$$(4) \int x \sqrt[3]{x-1} dx.$$

C. 提高题

计算下列各题.

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx;$$

$$(2) \int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx;$$

$$(3) \int \frac{2 - \sqrt{2x+3}}{1-2x} dx;$$

$$(4) \text{ 设 } f'(\ln x) = 1+x, \text{ 求 } f(x).$$

练习十七

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

求下列不定积分.

(1) $\int x \sin x dx;$

(2) $\int x \sin 2x dx;$

(3) $\int x \cos x dx;$

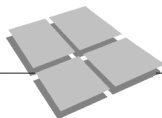
(4) $\int x \cos 3x dx;$

(5) $\int x e^x dx;$

(6) $\int x e^{2x} dx;$

(7) $\int x \ln x dx;$

(8) $\int x^2 \ln x dx.$



B. 一般题

求下列不定积分.

(1) $\int e^{\sqrt{x}} dx;$

(2) $\int \cos \sqrt{x} dx;$

(3) $\int \sin \sqrt{x+1} dx;$

(4) $\int \ln(x-1) dx.$

C. 提高题

求下列不定积分.

(1) $\int x^2 \cos x dx;$

(2) $\int e^{\sqrt{2x-1}} dx;$

(3) $\int x f''(x) dx.$

练习十八

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

计算下列定积分.

(1) $\int_0^2 (x^2 + 1) dx;$

(2) $\int_0^2 (x^3 + x) dx;$

(3) $\int_0^\pi (\sin x + \cos x) dx;$

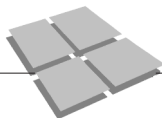
(4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x) dx;$

(5) $\int_0^1 \frac{x^3 - x^2}{x} dx;$

(6) $\int_1^2 \frac{x^2 - x + 1}{x} dx;$

(7) $\int_0^2 |x - 1| dx;$

(8) $\int_1^3 |x - 2| dx.$



B. 一般题

计算下列定积分.

(1) $\int_0^1 \sqrt{x}(x^2 - x) dx;$

(2) $\int_0^1 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx;$

(3) $\int_0^\pi |\sin x| dx;$

(4) $\int_0^\pi \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx.$

C. 提高题

求下列定积分.

1. 求定积分 $\int_{-2}^1 (2 + |x+1|) dx.$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x < 0 \\ 3\sqrt{x} & 0 \leq x < 3 \end{cases}$, 求 $\int_{-1}^1 f(x) dx.$

3. 设 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 其中 $f(x)$ 为连续函数, 求 $f(x).$

练习十九

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 填空题.

(1) $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x dx =$ _____; (2) $\int_{-1}^1 x^3 \cos x dx =$ _____.

2. 计算下列定积分.

(1) $\int_0^1 (x+2)^3 dx$; (2) $\int_0^2 (x-3)^3 dx$;

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$;

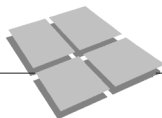
(4) $\int_0^{\pi} \cos 2x dx$;

(5) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{5-4x}}$;

(6) $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$;

(7) $\int_{-1}^1 x e^x dx$;

(8) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.



B. 一般题

计算下列定积分.

$$(1) \int_0^1 (2x-3)^3 dx;$$

$$(2) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x dx;$$

$$(3) \int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx;$$

$$(4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx;$$

$$(5) \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx;$$

$$(6) \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx.$$

C. 提高题

计算下列定积分.

$$(1) \int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}+1} dx;$$

$$(2) \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx;$$

$$(3) \int_{\frac{1}{2}}^1 e^{\sqrt{2x-1}} dx;$$

$$(4) \int_{-1}^1 e^{-x^2} \sin x dx.$$

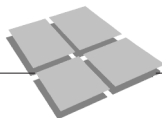
练习二十

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 求由下列各曲线所围成的平面图形的面积.

(1) $y=x$, $x=1$, $x=2$ 以及 x 轴; (2) $y=x$, $x=-1$, $x=2$ 以及 x 轴;(3) $y=x^2$, $x=1$, $x=3$ 以及 x 轴; (4) $y=x^2-1$, $y=x+1$.2. 求下列曲线所围成的图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积.(1) $y=x^2$, $x=1$ 以及 x 轴; (2) $y=x^3$, $x=1$ 以及 x 轴;(3) $y=x^2$ 与 $y^2=8x$;(4) $4y=x^2$ 与 $y^2=x$.



B. 一般题

1. 求由曲线 $xy=1$, 直线 $y=2$ 和 $x=1$ 所围成的平面图形的面积.
2. 求由曲线 $y=x^2$ 与 $y=-x^2+2$ 所围成的图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积.
3. 求由曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=2x+3$ 所围成图形绕 x 轴旋转一周得到旋转体的体积.

C. 提高题

1. 求由曲线 $y=x^3$ 与直线 $y=4x$ 所围成的平面图形的面积.
2. 求由曲线 $y=\frac{1}{x}$, $y=x$ 与直线 $x=\frac{1}{2}$, $x=2$ 及 x 轴所围成的图形的面积.

练习二十一

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 求下列函数的一阶偏导数及全微分.

(1) $z = x^3 + y^4$;

(2) $z = 3x^2 - 4y^2$;

(3) $z = 2x^2 + xy - y^3$;

(4) $z = 3x - x^2y + y^3$;

(5) $z = e^{2x} - \cos 3y$;

(6) $z = \sin 2x + e^{3y}$.

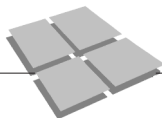
2. 求下列函数的二阶偏导数.

(1) $z = x^3 + e^y$;

(2) $z = 3\sin x + 2\cos y$;

(3) $z = \cos 2x + xy - \ln y$;

(4) $z = y\sin x + xe^y$.



B. 一般题

求下列函数的一阶偏导数及全微分.

(1) $z = \sin(2x + 3y)$;

(2) $z = \cos(3x + 2y)$;

(3) $z = \ln(x + y)$;

(4) $z = \ln(x^2 + 2y)$.

C. 提高题

1. 求二元函数 $z = e^{xy} \sin x$ 的一阶偏导数及全微分.

2. 求二元函数 $z = \sqrt{\cos(xy)}$ 的一阶偏导数及全微分.

3. 求二元函数 $z = \ln(e^x + e^y)$ 的二阶偏导数.

练习二十二

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

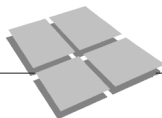
A. 基础题

1. 设一物体沿直线以 $v=2t+4$ 的速度运动，求：物体在 3 s 到 6 s 之间运动的路程是多少？

2. 弹簧在拉伸过程中，需要的力 F (单位：N) 与弹簧的伸长量 x (单位：m) 成正比，即 $F=kx$ (k 是比例常数)，已知弹簧拉长 0.01 m 时，需用力 20 N，要使弹簧伸长 0.1 m，计算外力所做的功。

3. 一蓄水的圆柱形水桶高为 4 m，底圆半径为 1.2 m，桶内装 2 m 深的水，试问：要将桶内的水全部吸出要做多少功？

4. 某产品总成本关于产量的变化率 $C'(q)=10+2q$ (万件/百台)，求：总成本函数 $C(q)$ 当产量从 200 台增加到 400 台时增加了多少？



B. 一般题

1. 设一物体沿直线以 $v=3t^2+4t-1$ 的速度运动, 求: 物体在 1 s 到 3 s 之间运动的路程是多少?

2. 设某产品的收益率是 $R'=75(20-\sqrt{x})$, 求: 当该产品的销售量从 250 个单位增加到 400 个单位时所增加的收益是多少?

C. 提高题

1. 一个底面圆半径为 4 m, 高为 8 m 的倒立型圆锥桶, 装了 6 m 深的水, 试问: 若把桶内的水全部抽完需做多少功?

2. 有等腰梯形水闸, 上底长 6 m, 下底 2 m, 高 10 m. 试求当水面位于上底下 2 m 时, 闸门所受的水压力.

练习二十三

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

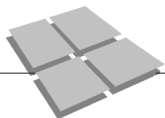
1. 求一阶微分方程 $\frac{dy}{dx} = 4x$ 的通解；并求它通过点(1, 4)的特解.

2. 试确定 α 的值，使函数 $y = e^{\alpha x}$ 是微分方程 $y'' + 3y' - 4y = 0$ 的解.

3. 用分离变量法求下列微分方程的通解.

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^2}$;

(2) $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$;



$$(3) \frac{dy}{dx} = -2x(y-2).$$

B. 一般题

1. 求微分方程 $(1+x^2)dy + (1+y^2)dx = 0$ 的通解.

2. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = (1+x+x^2)y$ 的通解.

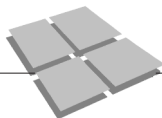
3. 求微分方程 $(e^{x+y} - e^x)dx + (e^{x+y} + e^y)dy = 0$ 的通解.

练习二十四

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 求齐次微分方程 $x^2 dy = (xy + y^2) dx$ 的通解.2. 求齐次微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{xy - 2x^2}$ 的通解.3. 求一阶微分方程 $xy' + y = \cos x$ 的通解.4. 求一阶微分方程 $(y^2 - 6x)y' + 2y = 0$ 满足初始条件 $y(1) = 1$ 的特解.



B. 一般题

1. 求微分方程 $x \frac{dy}{dx} + 2\sqrt{xy} = y (x < 0)$ 的通解.

2. 求微分方程 $y' = \frac{y + \ln x}{x}$ 的通解.

3. 求微分方程 $yy' + e^{2x+y^2} = 0$ 满足初始条件 $y(0) = \sqrt{\ln 2}$ 的一个特解.

练习二十五

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

A. 基础题

1. 计算下列行列式的值.

$$(1) \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix};$$

$$(2) \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix};$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix};$$

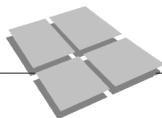
$$(4) \begin{vmatrix} 2 & 7 & -3 \\ -2 & -4 & 1 \\ 10 & 3 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. 设行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix},$$

求：(1) D 中第二行各元素的代数余子式之和 $A_{21} + A_{22} + A_{23}$ ；

(2) D 中第三行各元素余子式之和 $M_{31} + M_{32} + M_{33}$.



B. 一般题

1. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n-1 \end{vmatrix}$$
 的值.

2. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0a_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & a_{2(n-1)} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{(n-1)2} & \cdots & a_{(n-1)(n-1)} & a_{(n-1)n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{m-1} & a_m \end{vmatrix}$$
 的值.

练习二十六

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

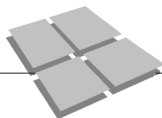
A. 基础题

1. 设 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \end{bmatrix}$, 求 $\mathbf{AB} - 2\mathbf{A}$ 及 $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$.

2. 设 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 \mathbf{A}^{-1} .

3. 设 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 4 & -4 \end{bmatrix}$, 求矩阵的秩 $r(\mathbf{A})$.

4. 设 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$, 求矩阵的特征值与特征向量.



B. 一般题

1. 求下列向量组 $\alpha_1 = (-1, 2, 3, -1)^T$, $\alpha_2 = (2, -1, 2, 0)^T$, $\alpha_3 = (1, -2, 2, -3)^T$ 的秩和一个极大无关组, 并将其余向量表示成极大无关组的线性组合.

2. 求矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 的特征值与特征向量.