复习题 5(历年专升本考试真题)

一、单项选择题

1.(2011/4)若$\int_1^2 xf(x)\mathrm{d}x = 2$,则$\int_0^3 f(\sqrt{x+1})\mathrm{d}x =$(   ).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2.(2007/4)设函数$\Phi(x) = \int_0^x (t-1)\mathrm{d}t$,则下列结论正确的是(   ).

A. $\Phi(x)$的极大值为 1　　B. $\Phi(x)$的极小值为 1

C. $\Phi(x)$的极大值为$-\frac{1}{2}$　　D. $\Phi(x)$的极小值为$-\frac{1}{2}$

3.(2006/5)积分$\int_0^{-\infty} \mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$(   ).

A. 收敛且等于 1　　B. 收敛且等于 0

C. 收敛且等于 1　　D. 发散

4.(2004/8)曲线$y=\frac{1}{x}$,$y=x$,$x=2$ 所围成的图形面积为 S,则 $S=$(   ).

A. $\int_1^2\left(\frac{1}{x}-x\right)\mathrm{d}x$　　B. $\int_1^2\left(x-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$

C. $\int_1^2\left(2-\frac{1}{y}\right)\mathrm{d}x+\int_1^2(2-y)\mathrm{d}x$　　D. $\int_1^2\left(2-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x+\int_1^2(2-x)\mathrm{d}x$

5.(2002/14)定积分$\int_0^1 \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ 的值是(   ).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、填空题

1.(2015/8)反常积分$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^6}\mathrm{d}x =$________.

2.(2013/9)已知平面图形 $G=\left\{(x,y)\,|\,x\geqslant 1, 0\leqslant y\leqslant \frac{1}{x}\right\}$,将图形 G 绕 x 轴旋转一周得到旋转体的体积 $V=$________________.

3.(2011/8)已知函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续,且 $y=\int_0^{2x} f\left(\frac{1}{2}t\right)\mathrm{d}t-2\int(1+f(x))\mathrm{d}x$,则 $y'=$________.

4.(2010/8)由曲线 $y=\frac{1}{x}$和直线 $x=1$,$x=2$ 及 $y=0$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所构成的几何体的体积 $V=$________________.

5.(2008/8)积分$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x =$__________.

6.(2006/8)积分$\int_{-\pi}^{\pi}(x\cos x+|\sin x|)\mathrm{d}x =$________.

7.(2006/9)曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 及直线 $x=0$ 和 $y=0$ 所围成平面图形绕 x 轴旋转所成的旋转体体积 $V=$________.

8.(2004/4)若函数$(x)=\int_0^x \frac{2t-1}{t^2-t+1}\mathrm{d}t$,则$\int\left(\frac{1}{2}\right)=$ ________ .

9.(2003/7) $\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x}\right)^2 \mathrm{d}x=$ __________ .

三、计算题

1.(2013/16)计算定积分$\int_0^2 \frac{x}{(x+2)\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$.

2.(2012/15)已知 $f(x)=\begin{cases} x^3 \mathrm{e}^{x^4+1}, \frac{-1}{2}\leqslant x\leqslant \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x^2}, x>\frac{1}{2} \end{cases}$,利用定积分的换元法求定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x-1)\mathrm{d}x$.

3.(2011/15)设 $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2}, x>0 \\ x\cos x, x\leqslant 0 \end{cases}$,计算定积分 $\int_{-\pi}^1 f(x)\mathrm{d}x$.

4.(2010/15)计算定积分$\int_{\ln 5}^{\ln 10} \sqrt{\mathrm{e}^x-1}\mathrm{d}x$.

5.(2009/11)计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^3}\int_0^x \mathrm{e}^{t^2}\mathrm{d}t-\frac{1}{x^2}\right)$.

6.(2009/15)计算定积分$\int_{-1}^1 \frac{|x|+x^3}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

7.(2008/15)计算定积分$\int_0^1 \ln(1+x^2)\mathrm{d}x$.

8.(2007/15)计算定积分$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x$.

9.(2007/16)设平面图形由曲线 $y=x^3$ 与直线 $y=0$ 及 $x=2$ 围成,求该图形绕 y 轴旋转所得的旋转体体积.

10.(2006/15)计算定积分$\int_0^1 \ln(\sqrt{1+x^2}+x)\mathrm{d}x$.

11.(2005/12)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \ln^2(1+t)\mathrm{d}t}{x^2}$.

12.(2005/16)计算定积分$\int_{\ln 2}^{2\ln 2} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}^t-1}}\mathrm{d}t$.

13.(2005/17)求由两条曲线 $y=\cos x$,$y=\sin x$ 及两条直线 $x=0$,$x=\frac{\pi}{6}$所围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

14.(2004/13)计算定积分$\int_0^1 x^5 \ln^2 x\mathrm{d}x$.

15.(2003/2)计算定积分$\int_{-\pi}^{\pi} |\sin x|\mathrm{d}x$.

16.(2003/1)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}\sin t\mathrm{d}t}{\int_0^x t^3\mathrm{d}t}$.

17.(2002/19)计算定积分 $\int_1^4\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

18.(2001/4)计算 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos x}\,|\sin x|\,\mathrm{d}x$.

四、综合题

1.(2015/15)求由曲线 $y=x\cos 2x$ 和直线 $x=0,x=\dfrac{\pi}{4}$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形的面积.

2.(2014/15)已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$,求由曲线 $y=f(x)$ 和直线 $x=0,x=1$ 及 $y=0$ 所围成的平面图绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V_x.

3.(2014/20)已知函数 $f(x)=\int_{\ln x}^{2}\mathrm{e}^{t^2}\mathrm{d}t$. 求:(1) $f'(\mathrm{e}^2)$;(2)计算定积分 $\int_1^{\mathrm{e}^2}\dfrac{1}{2}f(x)\mathrm{d}x$.

4.(2011/19)过坐标原点作曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 的切线 l,切线 l 与曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 及 y 轴围成的平面图形标记为 G. 求:(1)切线 l 的方程;(2) G 的面积;(3) G 绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

5.(2010/19)求函数 $\Phi(x)=\int_0^x t(t-1)\mathrm{d}t$ 的单调增减区间和极值.

6.(2010/20)已知 $\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$ 是函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内的一个原函数. (1)求 $f(x)$;(2)计算 $\int_1^{+\infty}f(2x)\mathrm{d}x$.

7.(2009/19)用 G 表示由曲线 $y=\ln x$ 及直线 $x+y=1,y=1$ 围成的平面图形. (1)求 G 的面积;(2)求 G 绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

8.(2008/20)设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续,且 $0<f(x)<1$,判断方程 $2x-\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=1$ 在区间 $(0,1)$ 内有几个实根,并证明你的结论.

9.(2005/23)已知 $f(\pi)=2$,且 $\int_0^x[f(x)+f''(x)]\sin x\,\mathrm{d}x=5$,求 $f(0)$.

延伸阅读:定积分的起源

积分思想源远流长. 我国魏晋时期的数学家刘徽利用"割圆术"开创了圆周率研究的新纪元. 刘徽首先考虑圆内接正六边形面积,接着是正十二边形面积,然后依次加倍边数,则正多边形面积越来越接近圆面积. 按此思想,他从圆的内接正六边形面积一直算到内接正 192 边形面积,得到圆周率的近似值 3.14. 大约两个世纪之后,南北朝时期的著名数学家祖冲之(429—500)、祖恒父子推进和发展了刘徽的数学思想. 首先,算