

2. (2015/11) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ x+b, & x > 1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续, 求常数 a

和 b 的值.

3. (2014/11) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{e^{-x}-1} \right)$.

4. (2014/19) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (1+3x^2)x^{\frac{1}{2}} \sin 3x + 1, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

(1) 求常数 a 的值;

(2) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, a)$ 处的切线方程.

5. (2013/11) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(e^{\frac{1}{x}} - 1)$.

6. (2012/11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1+x} \right)^{\frac{1}{\ln x}}$.

延伸阅读: 柯西简介

柯西(1789—1857), 法国数学家, 幼年时在父亲的教导下学习数学, 拉格朗日、拉普拉斯常和他的父亲交往, 曾预言柯西日后必成大器. 1805年柯西进入高等工业学校学习, 安培是他的老师之一. 大学毕业后, 柯西因数学上的成就被推荐为科学院院士, 同时任工科大学教授, 后来在巴黎大学任教授, 一直到逝世.



柯西

柯西在学术上成果相当多. 在代数学上, 他有行列式论和群论的创始性的功绩; 在理论物理学、光学、弹性理论等方面, 也有显著的贡献. 他的特长是在分析学方面, 他的研究奠定了微积分严密的基础, 他还证明了复变函数论的主要定理以及在实变数和复变数的情况下微分方程解的存在定理.

1821年, 在拉普拉斯和泊松的鼓励下, 柯西出版了《分析教程》《无穷小计算讲义》《无穷小计算在几何中的应用》这几部划时代的著作. 他给出了分析学一系列基本概念的严格定义, 特别是现在普遍使用的 $\epsilon - \delta$ 极限定义, 正是从柯西的 ϵ 方法演变而来.